

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1;0;2)$ ؛ $B(0;1;2)$ ؛ $C(1;-2;0)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $3x - 2y + z + 3 = 0$.

(1) أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

(ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

(2) أ) بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

(ب) بين أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطى : $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 4t \\ z = 5t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$

(ج) أحسب المسافة بين النقطه $H(-1;6;-2)$ و المستويين (P) و (ABC) ، ثم بين أن المسافة بين النقطه H و المستقيم (Δ) تساوي $\sqrt{\frac{106}{3}}$.

(3) ليكن المستوي (Q) ذو المعادلة : $x - y + z - 1 = 0$

- عين تقاطع المستويات الثلاثة (P) ، (ABC) و (Q) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 7 كريات منها ثلاث حمراء تحمل الارقام 1.1.2 وأربعة بيضاء تحمل الارقام 3.2.1.1 نسحب من الكيس كرتين على التوالي وبدون ارجاع .

1- شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الاتيتين :

أ) باعتماد الوان الكرات (ب) باعتماد الارقام المسجلة على الكرات .

2- نعتبر الحادثتان التاليتان : A " الحصول على كرتين من نفس اللون "

B " الحصول على كرتين مجموع رقميهما ثلاثة "

أ) احسب $p(A)$ و $p(B)$ وبين ان : $p(A \cap B) = \frac{4}{21}$ ، هل الحادثتين A و B مستقلتان ؟ (مع التعليل)

ب) علما ان الكرتين من نفس اللون ما احتمال ان يكون مجموع رقميهما ثلاثة .

ج) علما ان الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما احتمال ان يكونا من نفس اللون .

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المحصل عليهما.

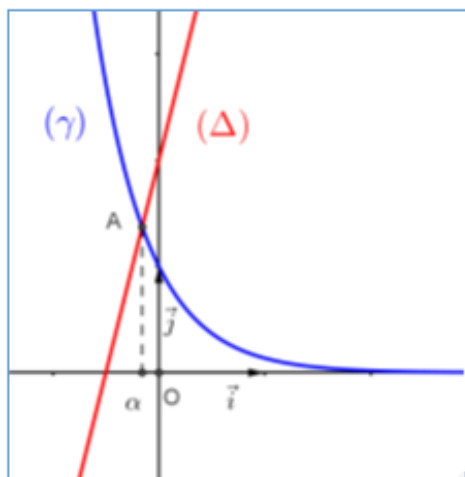
أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(\bar{z} + 3 + i)(z^2 - 2z + 10) = 0$.
- (2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C و D التي لواحقتها على الترتيب :
 $z_A = 2 + i$ و $z_B = 1 + 3i$ و $z_C = -3 + i$ و $z_D = \bar{z}_B$.
- (أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي ، و استنتج طبيعة المثلث ABC .
- (ب) أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر s الذي مركزه B ويحول A إلى C .
- (ج) عين z_E لاحقة النقطة E بحيث تكون النقطة D صورة E بالتشابه s .
- (د) عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث : $z = z_E + 2e^{i\theta}$ ، $\theta \in \mathbb{R}$.
- (3) (أ) عين z_F لاحقة النقطة F و التي تحقق : $\overline{DF} = 3\overline{DB}$.
- (ب) استنتج نسبة التحاكي h الذي مركزه B ويحول D إلى F .
- (ج) عين عناصر التحويل s' بحيث : $s' = h \circ s$.
- (د) استنتج طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل s' ، محددا عناصرها المميزة .

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(1) (γ) التمثيل البياني للدالة : $x \mapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو

المعادلة : $y = 4x + 2$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (Δ) و (γ) .

g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$.

(أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$ ،

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(ب) تحقق أن : $-0.16 < \alpha < -0.15$.

(2) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وحدة الطول 2cm .

(أ) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = e^{2x}g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 3$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D) .

(4) بين أن : $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$.

(5) أرسم المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 3.07$) .

(6) (أ) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) يطلب تعيين معادلة له .

(ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين متميزين .

(7) (أ) x عدد حقيقي ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_0^x 2te^{2t} dt$.

(ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من 0 ، احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و

بالمستقيمات ذات المعادلات : $x = 0$ ، $x = \lambda$ و $y = x + 3$ ، ثم جد $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $v_0 = \frac{4}{3}$ و $v_1 \times v_2 \times v_3 = \frac{27}{64}$.

(أ) أحسب v_2 ، ثم استنتج أن أساس المتتالية (v_n) هو $q = \frac{3}{4}$.

(ب) أكتب v_n بدلالة n .

(2) (u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = -\frac{2}{3}$ و من اجل كل n طبيعي $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$.

(أ) أحسب الحدود u_1 و u_2 .

(ب) برهن أنه من اجل كل n طبيعي: $u_n > -2$.

(ج) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة.

(3) (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = u_n - v_n$.

(أ) أثبت بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n = -2$.

(ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم أحسب نهايتها.

(ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس U على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها خمس كريات بيضاء و ثلاث كريات حمراء و كريتان خضراء.

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الكيس U .

نعتبر الحادثتين: A "من بين الكريات الثلاث المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط"

B "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون".

(1) احسب $P(A)$ و $P(B)$.

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان الظاهرة في السحب.

(أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

(3) نعتبر الكيس الأول U وكيس آخر V يحتوي على كريتان بيضاء و كريتان حمراء و كرة واحدة خضراء.

نرمي زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6، فإذا ظهر الرقم 6 فنسحب كرة من الكيس الأول U وإلا فنسحب

كرة من الكيس V .

(أ) بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو $p(C) = \frac{5}{12}$.

(ب) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء، فما احتمال أن تكون من الكيس الثاني V .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) (أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - 6z + 21 = 0 \dots (I)$.

(ب) استنتج حلول المعادلة: $(\bar{z} + 3 + i\sqrt{3})^2 - 6\bar{z} - i6\sqrt{3} + 3 = 0 \dots (II)$.

(2) في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C و D

$$z_D = \overline{z_C} \text{ و } z_C = 3 + 2i\sqrt{3}, z_B = \sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}, z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

أ) يبين أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = 3$ ويطلب تعيين نصف قطرها .

ب) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O .

$$\text{- بين أن } \frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)} \text{ , ثم استنتج طبيعة المثلث } BEC .$$

ج) يبين أنه يوجد دوران r مركزه B ويحول النقطة E إلى C ، يطلب تعيين زاويته .

(3) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M من المستوى ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

أ) عيّن طبيعة التحويل S و حدد عناصره المميزة .

ب) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $|z - z_\Omega|^2 = -(z_A - z_B)^2$.

ج) عيّن طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S ، محددا عناصرها المميزة .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

(1) g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = \frac{\ln x}{x} + e$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) أحسب $g\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

(2) f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + ex - e$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (نأخذ : $\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$; $\|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$)

أ) يبين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب) عيّن نهايات الدالة f عند 0 و $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (T) .

(5) أرسم (T) والمنحنى (C_f) .

(6) h الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x \left[(\ln x)^2 + a \ln x + b \right]$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان .

أ) عيّن a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $(\ln x)^2$. $x \mapsto (\ln x)^2$

ب) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها : $x = \frac{1}{e}$ ، $x = 1$ ، $y = ex - e$.

(7) لتكن k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $k(x) = f(e^{2x})$.

- باستعمال مشتقة دالة مركبة عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط: $A(1; -2; 4)$, $B(-2; -6; 5)$, $C(-4; 0; -3)$

$$D\left(-\frac{1}{2}; -3; 2\right) \text{ و}$$

- (1) أ) بين أن النقط A , B و C ليست على استقامة واحدة.
- ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1; -1; -1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكرتية له .
- (2) أ- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و العمودي على المستوي (ABC) .
ب- استنتج إحداثيات النقطة G المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .
ج- تحقق أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 2), (B; 1), (C; 1)\}$.
- (3) عين مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\|2\overline{AM} + \overline{BM} + \overline{CM}\| = d(O; (ABC))$.
- (4) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n , $u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}} \sqrt{u_n}$.
- (1) أ) أحسب u_2 و u_3 .
ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \frac{1}{e}$.
 - (2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n , $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$, ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .
 - (3) (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln(u_n)$.
أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول .
ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n , ثم استنتج u_n بدلالة n و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 - (4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{1 + \ln u_1} + \frac{1}{1 + \ln u_2} + \dots + \frac{1}{1 + \ln u_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- 1/ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 3 = 0$.
- 2/ المستوي المركب منسوب معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
نعتبر النقط A , B , C , D و G لواحدها على الترتيب $z_A = \sqrt{2} + i$, $z_B = \overline{z_A}$, $z_C = 2\sqrt{2}$, $z_G = 2i$ و $z_D = -\sqrt{2} + 3i$.
أ. أثبت أن النقطتين A و B تنتمي إلى دائرة مركزها C يطلب تعيين نصف قطرها .

ب. تحقق من أن $z_C = z_A + z_B$ و $|z_A| = |z_B|$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $OACB$ و احسب مساحته .

3 / بين أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(C;1), (D;2)\}$.

4 / (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\sqrt{(iz+2)(\overline{iz+2})} = 6$ ، عين المجموعة (Γ) .

5 / S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ من المستوي حيث :

$$z' = 2e^{i\pi}z + 4 + 2i$$

عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل النقطي S ثم أوجد صورة (Γ) بالتحويل S .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;e[\cup]e;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، (الوحدة 2 cm) .

1(I) / احسب نهايتي الدالة f عند e وعند $+\infty$ ، ثم فسّر النتائج هندسيا .

2 / بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ثم فسّر النتائج هندسيا . (لاحظ أن $x(1-\ln x) = x - x \ln x$) .

3 / بين أنه من أجل كل x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$: $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

4 / ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

II) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$

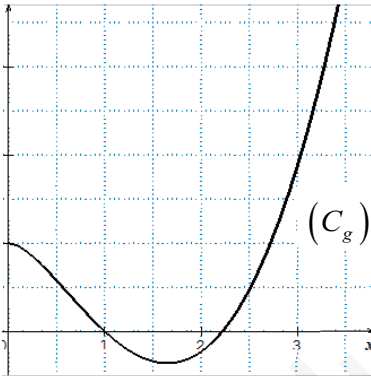
وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (انظر الشكل)

1 / أ. بقراءة بيانية حدّد عدد حلول المعادلة (E) التالية :

$$g(x) = 0 \text{ في المجال }]0;+\infty[$$

ب . باستعمال جدول القيم التالي :

x	2,1	2,2	2,3	2,4
$g(x)$	-0,14	-0,02	0,12	0,28



بين أن المعادلة (E) تقبل حلاً α بحيث $2,2 < \alpha < 2,3$

2 / أ. تحقق أنه من أجل كل x من D_f ، $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$.

ب . بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و α .

ج . حدد انطلاقاً من (C_g) إشارة $g(x)$ على المجال $[1; \alpha]$ وبين أن $f(x) - x \leq 0$ لكل x من المجال $[1; \alpha]$.

3 / أنشئ في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

4 / أ. بين أن $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \ln 2$ ، (لاحظ أن $\frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{1}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) .

ب . نعتبر المساحة A لمجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي حيث : $1 \leq x \leq \sqrt{e}$ و $f(x) \leq y \leq x$

احسب A بـ cm^2 .