

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين
الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) $7x - 3y = 10$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث $x; y$ عددين صحيحين:

$$(1) \text{ عين الحل الخاص } (x_0; y_0) \text{ للمعادلة الذي يحقق } \begin{cases} x_0 - 1 \equiv 0[3] \\ -2 < x_0 < 4 \end{cases}$$

ثم حل المعادلة (E).

(2) بفرض أن الثنائية $(x; y)$ حل المعادلة (E) حيث $x; y$ عددان طبيعيين .

$$\begin{cases} 2^x + y + n^2 - 2 \equiv 0[7] \\ 0 < n < 18 \end{cases}$$
 عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق الجملة

(3) جد الثنائية الوحيدة $(x; y)$ حل المعادلة (E) بحيث المضاعف المشترك الأصغر للعددين $x; y$ هو 2139

التمرين الثاني (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(4; 2; 2)$ و $B(5; -2; 3)$ و $C(1; 1; 1)$ والمستقيم

$$(\Delta) \text{ المعروف بالتمثيل الوسيطى } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} : t \in \mathbb{R}$$

(P) المستوي الذي يمر من النقطة A و عمودي على المستقيم (Δ) .

1. أ.اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P)

ب. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) و أن النقطة C لا تنتمي إلى المستوي (P).

ج. تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

2. أ. عين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P).

ب. بين أن النقط $A; B; C; D$ ليست من نفس المستوي .

ج. عين طبيعة المثلث ABD ثم أحسب حجم رباعي الوجوه ABCD.

3. عين مركز سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D و نصف قطر كل منهما 3.

4. m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بمعادلته $mx - 2(m-1)y - z + m - 1 = 0$ أثبت أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيم ثابتاً (يطلب تعيين تمثيل وسيطي له) و ذلك مهما يكن الوسيط الحقيقي m

التمرين الثالث (05 نقاط)

ليكن α عدد حقيقي من المجال $[0; \pi]$ و z عدد مركب نعتبر كثير $P(z)$ معرف كما يلي:

$$P(z) = z^3 - (1 - 2 \sin \alpha)z^2 + (1 - 2 \sin \alpha)z - 1$$

1. احسب $P(1)$ ثم استنتج انه يوجد عددين حقيقيين a و b يطلب تعيينهما بحيث: $P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$.
2. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z) = 0$.
3. أكتب حلول المعادلة $P(z) = 0$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الآسي.
4. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط $A; B; C$ لواحقتها على الترتيب

$$z_A = 1 \text{ و } z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ و } z_C = \overline{z_B}$$

أ- علم النقط $A; B; C$ ما طبيعة المثلث ABC ؟

- ب- لتكن النقطة D نظيرة O بالنسبة إلى النقطة B و ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه O و يحول C إلى D .
عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S .

5. أكتب العدد المركب $\left(\frac{1}{-z_B}\right)$ على الشكل الأسّي ثم عين مجموعة الأعداد الطبيعية n حتى يكون $\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا.

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -2 + (-x+2)e^{-x+2}$

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,14 < \alpha < 1,15$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.
- II - نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = -2x + (x-1)e^{-x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. أبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
- ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $[0; +\infty[$ (تعطى $f(\alpha) = -1,95$)
5. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = (x-1)e^{-x+2}$ باستخدام التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة h ثم استنتج حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمتين التي معادلتهما $x=0$ و $x=1$ و $y=-2x$

اتمنى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة التقني رياضي

تتكون مجموعة من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل اسمه عبد القادر و امرأة واحدة اسمها هاجر .
نريد تكوين لجنة مشكلة من ثلاث أعضاء لهم نفس المهام .

1. أحسب احتمال كل من الأحداث التالية : A " اللجنة تضم ثلاث رجال " B " اللجنة تضم رجل و إمرتين "
- C " اللجنة تضم عبد القادر " D " اللجنة تضم إما هاجر أو عبد القادر "
2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .
عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله ثم احسب أمله الرياضي.

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة الرياضيات

اجريت دراسة إحصائية على عدد من التلاميذ الذين يملكون هواتف نقالة و حاسب ياحدى الثانويات فكانت نتائج الدراسة الإحصائية كما يلي : 70 % من التلاميذ يملكون هواتف نقالة

احتمال ان يكون التلميذ يملك حاسوب علما أنه يملك هاتف نقال هو $\frac{1}{16}$ و احتمال ان يكون التلميذ لا يملك حاسوب علما أنه لا يملك هاتف نقال هو $\frac{3}{14}$.

نرمز إلى T حادثة " التلميذ يملك هاتف نقال " و M حادثة " التلميذ يملك حاسوب "

1. شكل شجرة الاحتمال التي تتمذج هذه الوضعية .
2. أحسب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و حاسوب $P(T \cap M)$.
3. أحسب احتمال أن يملك التلميذ حاسوب $P(M)$.
4. أحسب احتمال ان يملك التلميذ هاتف نقال و لا يملك حاسوب $P(T \cap \overline{M})$ ثم استنتج $P_{\overline{M}}(T)$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر (u_n) متتالية المعرفة بـ $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

- 1 - أحسب الحدود u_1 , u_2 ; u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)
- 2 - أبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n + 3$.

ب-ادرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

ج-استنتج ان (u_n) محدودة من الأسفل هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة ؟

3 - نعتبر (v_n) متتالية المعرفة بالعلاقة : $v_n = u_n - n$

أ - برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها .

ب -عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n و أحسب نهاية المتتالية (u_n)

ج-احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

4 - لتكن (t_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$: $t_n = \ln(v_n)$

أ. برهن أن (t_n) المتتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب. أحسب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$ واستنتج بدلالة n الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ والنقطتين A و B لاحقتها $z_A = 4 + 2i$ و $z_B = 3 - i$

- أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABO .
- نعتبر التحويل النقطي r في المستوى الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .
 - بين أن العبارة المركبة للتحويل النقطي r هي $z' = -iz + 1 + 3i$.
 - عين طبيعة التحويل r و عناصره المميزة.
 - عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r .
- استنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.
- عين مجموعة النقط M من المستوى لاحقتها z حيث $|z - 4 - 2i| = |z|$.
- من أجل $z \neq 2 + i$ نضع $L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$
 - بين أن $L = -i$.
 - عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا.
 - بين أن $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$.

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln(x+1) + |x|}{x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

- أحسب : $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانيا
- أ- أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in]-1; 0[$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; 0[$
 ب- أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in]0; +\infty[$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$
- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ هل f قابلة للاشتقاق عند 0 ؟
- أكتب معادلتى المماسين لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
- شكل جدول تغيرات f
- أحسب $f(e-1)$ ثم أنشئ (C_f)
- أوجد دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين : $x = 0$ و $x = e^2 - 1$

اتمنى الموضوع الثاني

نعتبر المعادلة (E) $7x - 3y = 10$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث $x; y$ عددين صحيحين.

(1) تعيين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة الذي يحقق $\begin{cases} x_0 - 1 \equiv 0[3] \\ -2 < x_0 < 4 \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} x_0 \equiv 1[3] \\ -2 < x_0 < 4 \end{cases}$ يعني أن

أي أن $\begin{cases} x_0 = 1 + 3k : k \in \mathbb{Z} \\ -2 < x_0 < 4 \end{cases}$ و منه $\begin{cases} x_0 = 1 + 3k : k \in \mathbb{Z} \\ -3 < k < 3 \end{cases}$ بتعويض

$k =$	-2	-1	0	1	2
$x_0 =$	-5	-2	1	4	7
$y_0 =$	-15	-8	-1	6	13

نختار واحد من الحلول الخاصة وليكن (4;6) (1)

حل المعادلة (E) لدينا $\begin{cases} 7x - 3y = 10 \\ 7(4) - 3(6) = 10 \end{cases}$ بالطرح نجد $7(x-4) = 3(y-6)$ و العددين 3 و 7 أوليان فيما بينهما فحسب مبرهنة

قوس نجد أن $\begin{cases} x - 4 = 3k \\ y - 6 = 7k \end{cases} : k \in \mathbb{Z}$ و منه $\begin{cases} x = 4 + 3k \\ y = 6 + 7k \end{cases} : k \in \mathbb{Z}$

مجموعة الحلول $S = \{(4 + 3k; 6 + 7k) : k \in \mathbb{Z}\}$ (1)

(2) بفرض أن الثنائية $(x; y)$ حل المعادلة (E) حيث $x; y$ عددين طبيعيين .

تعيين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق الجملة $\begin{cases} 2^x + y + n^2 - 2 \equiv 0[7] \\ 0 < n < 18 \end{cases}$ أي أن $\begin{cases} 2^{4+3k} + 6 + 7k + n^2 - 2 \equiv 0[7] \\ 0 < n < 18 \\ k \in \mathbb{N} \end{cases}$ أي أن $\begin{cases} n^2 \equiv 1[7] \\ 0 < n < 18 \\ k \in \mathbb{N} \end{cases}$ و منه $\begin{cases} 2 + n^2 + 4 \equiv 0[7] \\ 0 < n < 18 \\ k \in \mathbb{N} \end{cases}$ أي أن $\begin{cases} n^2 \equiv 1[7] \\ 0 < n < 18 \\ k \in \mathbb{N} \end{cases}$ و لدينا $2^3 = 1[7]$ و منه $\begin{cases} 2^{4+3k} + n^2 + 4 \equiv 0[7] \\ 0 < n < 18 \\ k \in \mathbb{N} \end{cases}$

$n =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$n^2 \equiv$	1	4	2	1	4	1	0	1	4	2	1	4	1	0	1	4	2	[7]

القيم هي 1; 4; 6; 8; 11; 13; 15 (1)

(3) إيجاد الثنائية الوحيدة $(x; y)$ حل المعادلة (E) بحيث المضاعف المشترك الأصغر للعددين $x; y$ هو 2139 لدينا

$2139 = 3 \times 23 \times 31$ و العددين $4 + 3k; 6 + 7k$ قاسمان للعدد 2139 و قواسم 2139 هي 1 و 3 و 23 و 31 و 69 و 93 و 713 و 2139 :

$4 + 3k = 1$ يعني أن $k = -1$ و منه $\begin{cases} x = 1 \\ y = 15 \end{cases}$ و 15 ليست قاسم للعدد 2139 إذن الحل مرفوض

$4 + 3k = 31$ يعني أن $k = 9$ و منه $\begin{cases} x = 31 \\ y = 39 \end{cases}$ و $PPCM(39;31) = 2139$ و منه $(x; y) = (31; 39)$ هي الثنائية الوحيدة.....(1)

و $4 + 3k = 23$ ليس لها حل صحيح و $4 + 3k = 3$ ليس لها حل صحيح و $4 + 3k = 69$ ليس لها حل صحيح و $4 + 3k = 93$ ليس لها حل صحيح و $4 + 3k = 713$ ليس لها حل صحيح و $4 + 3k = 2139$ ليس لها حل صحيح .

التمرين الثاني (04 نقاط)

1. أ. كتلف معادلة ديكارتية للمستوي (P) : شعاعه الناظمي هو $\vec{n}(2; 1; 2)$ معادلته من الشكل $2x + y + 2z + d = 0$ و بما أن A

نقطة منه فإن $2(4) + 2 + 2(2) + d = 0$ و منه $d = -14$ إذن $2x + y + 2z - 14 = 0$ (0,5)

ب. التحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) : $2(5) + (-2) + 2(3) - 14 = 0$ محققة و منه $B \in (P)$

و أن النقطة C لا تنتمي إلى المستوي (P) : $2(1) + 2(1) + 2(1) - 14 = 0$ غير محققة و منه $C \notin (P)$ (0,25)

ج. التحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) : تنتمي لأنه من أجل $t = 0$ في التمثيل الوسيط نجد $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ (0,25)

النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) : يعني أن $\begin{cases} 4 = 1 + 2t \\ 2 = 1 + t \\ 2 = 1 + 2t \end{cases}$ و منه A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) (0,25)

2. أ. نعين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P) : لتكن $D(x; y; z)$ و هي تنتمي إلى (P) أي أن

$$\begin{cases} 2x + y + 2z - 14 = 0 \\ \frac{x-1}{2} = y-1 \\ y-1 = \frac{z-1}{2} \end{cases} \text{ يكافئ } \overrightarrow{CD}(x-1; y-1; z-1) \text{ مرتبط خطيا مع } \vec{n}(2; 1; 2) \text{ أي أن}$$

$$\begin{cases} 2x + y + 2z - 14 = 0 \\ \frac{x-1}{2} = \frac{z-1}{2} \\ y-1 = \frac{z-1}{2} \end{cases} \text{ و منه } \begin{cases} 2x + y + 2z - 14 = 0 \\ x = z \\ z = 2y - 1 \end{cases} \text{ و منه } \begin{cases} 2(2y-1) + y + 2(2y-1) - 14 = 0 \\ x = z \\ z = 2y - 1 \end{cases}$$

و منه $y = 2$ إذن $x = z = 3$ و منه $D(3; 2; 3)$ (0,5)

ب. إثبات أن النقط $D; C; B; A$ ليست من نفس المستوي : بما أن النقط $D; B; A$ تنتمي إلى المستوي (P) و النقطة

C لا تنتمي للمستوي (P) فإن النقط $D; C; B; A$ ليست من نفس المستوي (0,25)

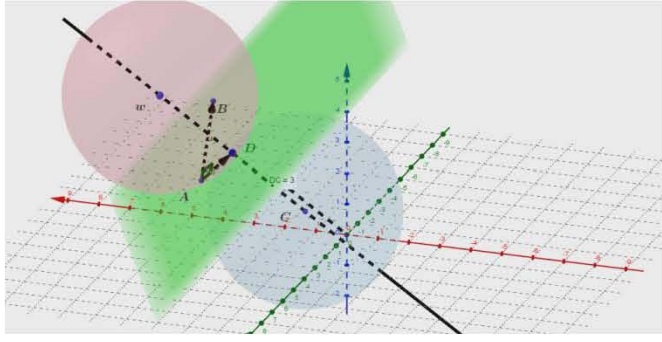
ج. نعين طبيعة المثلث ABD لنبدأ $\overrightarrow{AB}(1; -4; 1)$ و $\overrightarrow{AD}(-1; 0; 1)$ و منه $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

و منه المثلث ABD قائم في A (0,25)

حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$: مساحة المثلث ABD هي $S = \frac{AB \times AD}{2} = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{2}}{2} = 3$ (0,25)

هو $v = \frac{S \times CD}{3} = \frac{3 \times 3}{3} = 3$ (0,25)

3. تعيين مركز سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D ونصف قطر كل منهما 3 وليكن احدهما $w(x_0; y_0; z_0)$



أي أن $wD=3$ والشعاع $\vec{wD}$ و $\vec{n}(2; 1; 2)$ مرتبطان خطياً
يكافئ $(x_0 - 3)^2 + (y_0 - 2)^2 + (z_0 - 3)^2 = 9$

$$\frac{x_0 - 3}{2} = \frac{y_0 - 2}{1} = \frac{z_0 - 3}{2} \text{ ومنه}$$

$$(y_0 - 2)^2 = 1 \text{ أي أن } 4(y_0 - 2)^2 + (y_0 - 2)^2 + 4(y_0 - 2)^2 = 9$$

ومنه $y_0 = 1$ أو $y_0 = 3$

لما $y_0 = 3$ فإن $x_0 = 5$ و $z_0 = 5$ ولما $y_0 = 1$ فإن

$$x_0 = 1 \text{ و } z_0 = 1$$

المركزين هما $C(1; 1; 1)$ و $w(5; 3; 5)$ $2 \times (0,25)$

4. m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بمعادلته $mx - 2(m-1)y - z + m - 1 = 0$ أثبت أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيم

ثابتاً $mx - 2(m-1)y - z + m - 1 = 0$ يكافئ $m(x + 2y + 1) + 2y - z - 1 = 0$ مستقلة عن m يعني $\begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$ الجملة

تعيين مستقيم لأنها للمستويين غير متوازيان $(0,25)$

نضع $\begin{cases} x = -2t - 1 \\ y = t \\ z = 2t - 1 \end{cases}$ و منه $t \in R$ هو التمثيل الوسيط المطلوب $(0,25)$

التمرين الثالث (05 نقاط)

1. حساب $P(1)$ نجد $P(1) = 0$ $(0,25)$

استنتج أنه يوجد عددين حقيقيين a و b يطلب تعيينهما بحيث : $P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$ بالتحليل نجد

$$P(z) = (z-1)(z^2 + 2\sin\alpha \cdot z + 1) \text{ } (0,5)$$

2. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z) = 0$ يكافئ $\begin{cases} z = 1 \\ z^2 + 2\sin\alpha \cdot z + 1 = 0 \end{cases}$ $(0,25)$

نحل $z^2 + 2\sin\alpha \cdot z + 1 = 0$ حساب المميز $\Delta = 4\sin^2\alpha - 4 = -4\cos^2\alpha$ للمعادلة حلين هما $z_1 = -\sin\alpha + i\cos\alpha$

$$\text{و } z_2 = -\sin\alpha - i\cos\alpha \text{ } 2 \times (0,25)$$

3. كتلف حلل المعادلة $P(z) = 0$ على الشكل المثلثي $z_1 = i(\cos\alpha + i\sin\alpha) = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ و

$$z_2 = -i(\cos\alpha - i\sin\alpha) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$$

الشكل الآسي : $z_1 = e^{i(\alpha + \frac{\pi}{2})}$ و $z_2 = e^{i(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}$ $2 \times (0,5)$

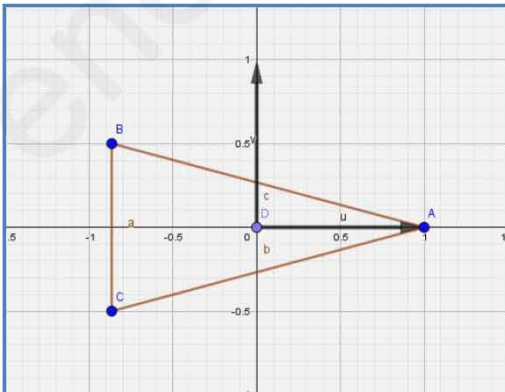
4. نعتبر النقط A ; B ; C لواحقتها على الترتيب $z_A = 1$ و

$$z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ و } z_C = \overline{z_B}$$

أ - نطالع النقط A ; B ; C $3 \times (0,25)$

طبيعة المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين

لأن $AB = AC$ $(0,25)$



ب لتكن النقطة D نظيرة O بالنسبة إلى النقطة B وليكن S التشابه المباشر الذي مركزه O و يحول C إلى D .

(0,25)..... $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{OB}$ يعني أن $z_D = 2z_B$ أي $z_D = -\sqrt{3} + i$

نقن العناصر المميزة للتشابه المباشر S : لدينا $z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ $\frac{z_D - z_O}{z_C - z_O} = \frac{2z_B}{z_B} = \frac{2(z_B)^2}{1} = 2\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

3×(0,25)..... $\arg\left(\frac{z_D}{z_C}\right) = -\frac{\pi}{6}$ و $\left|\frac{z_D}{z_C}\right| = 2$ منه التشابه S نسبته 2 و زاويته $-\frac{\pi}{6}$

(0,25)..... 5. كلفب العدد المركب $\left(\frac{1}{-z_B}\right)$ على الشكل الأسّي $\left(\frac{1}{-z_B}\right) = e^{\frac{\pi}{6}i}$

نقن مجموعة الأعداد الطبيعية n حتى يكون $\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا يعني أن $\arg\left(\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n\right) = \pi[2\pi]$ أي أن

(0,25)..... $\frac{n\pi}{6} \equiv \pi[2\pi]$ و منه $\frac{n}{6} \equiv 1[2]$ أي أن $n \equiv 6[12]$ إذن $n = 12k + 6 : k \in \mathbb{N}$

التمرين الرابع (07 نقاط):

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -2 + (-x+2)e^{-x+2}$

1. دراسة تغيرات الدالة g : النهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [-2 - xe^{-x}] = -2$ 2×(0,25).....

المشتقة $g'(x) = (x-3)e^{-x+2}$ موجبة على المجال $[3; +\infty[$ و منه الدالة g متزايدة على هذا المجال و سالبة على المجال $] -\infty; 3]$ و منه الدالة g متناقصة على هذا المجال 2×(0,5).....

جدول تغيراتها: (0,5).....

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$g'(x)$	—	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$-2 - \frac{1}{e}$	-2

2. إثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث $1,14 < \alpha < 1,15$ بما أن

$g(1,14) = 0,03$ و $g(1,15) = -0,01$

الدالة مستمرة و متناقصة على المجال $[1,14; 1,15]$

فحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α (0,5).....

استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$: $g(x)$ موجبة على المجال $] -\infty; \alpha [$

و سالبة على المجال $] \alpha; +\infty [$ (0,5).....

II - نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = -2x + (x-1)e^{-x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[-2 + \frac{x-1}{x} e^{-x+2} \right] = -\infty$ 2×(0,5).....

2. إثبات أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) : لدينا

(0,25)..... $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1)e^{-x+2} = 0$ و منه محققة

ب. دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) : $f(x) - y = [f(x) + 2x] = (x-1)e^{-x+2}$: إشارة الفرق من إشارة $x-1$ و منه (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $]-\infty; 1[$ و (C_f) يقع تحت (Δ) على المجال $]1; +\infty[$ و يتقاطع في النقطة ذات الفاصلة 1.....(0,5)

3. إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$: لدينا $f'(x) = -2 + e^{-x+2} - (x-1)e^{-x+2}$ أي أن $f'(x) = -2 + (-x+2)e^{-x+2} = g(x)$ شاريتها من إشارة $g(x)$(0,5)

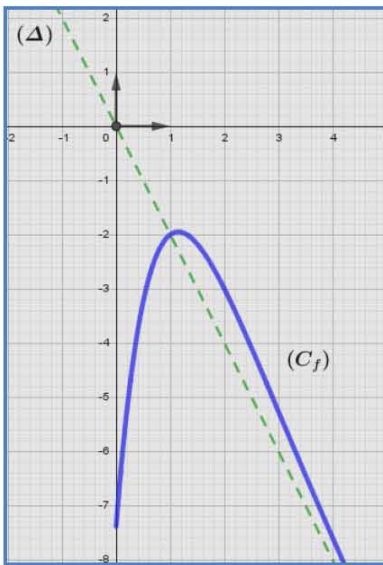
جدول تغيرات الدالة f(0,5)

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

$+$ $-$

$-\infty$ $f(\alpha)$ $-\infty$

4. إنشاء (Δ) و (C_f) على المجال $[0; +\infty[$ (تعطي $f(\alpha) = -1,95$).....(0,75)



5. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = (x-1)e^{-x+2}$ باستخدام التكامل بالتجزئة تعين

$$\text{دالة أصلية للدالة } h : \int_0^x h(t)dt = \left[-(t-1)e^{-t+2} \right]_0^x + \int_0^x e^{-t+2} dt$$

أي أن

$$\int_0^x h(t)dt = -xe^{-x+2} \text{ و منه } \int_0^x h(t)dt = \left[-(t-1)e^{-t+2} - e^{-t+2} \right]_0^x = \left[-te^{-t+2} \right]_0^x$$

الدالة الأصلية H حيث $H(x) = -xe^{-x+2}$(0,25)

استنتاج حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمتين التي

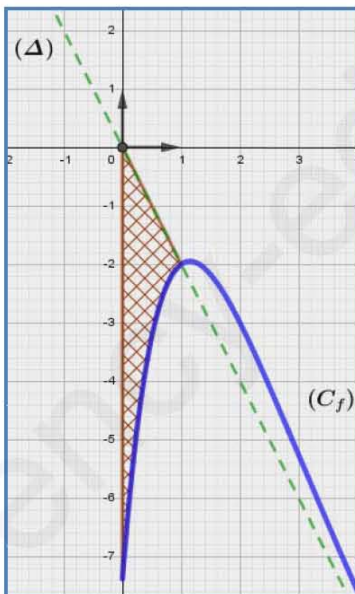
$$y = -2x \text{ و } x = 1 \text{ و } x = 0$$

نحسب التكامل

$$\int_0^1 [-2x - f(x)]dx = -\int_0^1 (x-1)e^{-x+2}dx = -[H(x)]_0^1 = e$$

و منه المساحة هي e u.a.....(0,25)

المساحة هي التكامل مضروب في وحدة مساحة



انتهى الموضوع الأول

التصحيح المفصل الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة التقني رياضي

تتكون مجموعة من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل اسمه عبد القادر و امرأة واحدة اسمها هاجر .
نريد تكوين لجنة مشكلة من ثلاث أعضاء لهم نفس المهام .

1. حساب احتمال كل من الأحداث التالية : نحسب عدد الحالات الممكنة الكلية $C_{12}^3 = 220$ (0,5)

A " اللجنة تضم ثلاث رجال " $P(A) = \frac{C_8^3}{220} = \frac{56}{220} = \frac{14}{55}$ (0,25)

B " اللجنة تضم رجل و إمرتين " $P(B) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{48}{220} = \frac{12}{55}$ (0,25)

C " اللجنة تضم عبد القادر " $P(C) = \frac{C_{11}^2}{220} = \frac{55}{220} = \frac{1}{4}$ (0,25)

D " اللجنة تضم إما هاجر أو عبد القادر " $P(D) = \frac{C_{10}^2 + C_{10}^2}{220} = \frac{90}{220} = \frac{9}{22}$ (0,25)

2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .

(1)..... القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3

نعرّف قانون احتمال $P(X=0) = \frac{C_4^3}{220} = \frac{4}{220}$ و $P(X=1) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{48}{220}$ و $P(X=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{220} = \frac{112}{220}$ و

(1)..... $P(X=3) = \frac{C_8^3}{220} = \frac{56}{220}$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{220}$	$\frac{48}{220}$	$\frac{112}{220}$	$\frac{56}{220}$

(0,5)..... حساب أمل الرياضيائي $E(X) = \frac{0 + 48 + 224 + 168}{220} = 2$

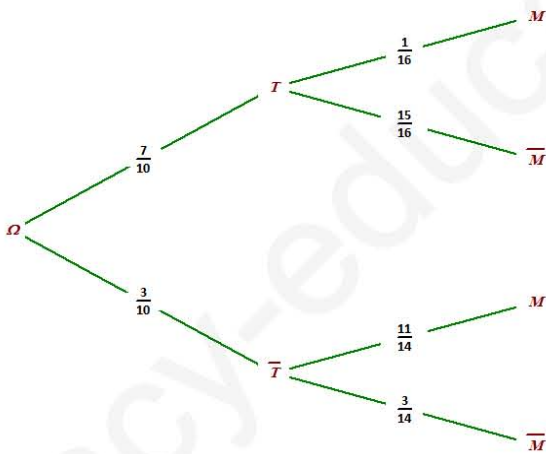
التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة الرياضيات

1. شجرة الاحتمال التي تمذج هذه الوضعية (1)

2. حساب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و حاسوب

(1)..... $P(T \cap M) = \frac{7}{10} \times \frac{1}{16} = \frac{7}{160}$

3. حساب احتمال أن يملك التلميذ حاسوب



(1)..... $P(M) = P(M \cap T) + P(M \cap \bar{T}) = P(M \cap T) + P(\bar{T}) \times P_T(M) = \frac{7}{160} + \frac{3}{10} \times \frac{11}{14} = \frac{313}{1120} = 0,28$

(0,5)..... $P(T \cap \bar{M}) = \frac{7}{10} \times \frac{15}{16} = \frac{21}{32} = 0,65625$ حساب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و لا يملك حاسوب

استنتج $P_M(T) = \frac{P(T \cap \overline{M})}{P(\overline{M})}$ لدينا $P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{313}{1120} = \frac{807}{1120}$ و منه

$$(0,5) \dots \dots \dots P_M(T) = \frac{\left(\frac{21}{32}\right)}{\left(\frac{807}{1120}\right)} = \frac{21 \times 1120}{32 \times 807} = \frac{23520}{25824} = \frac{245}{269} = 0,91$$

التمرين الثاني (04 نقاط) :

نعتبر (u_n) متتالية المعرفة بـ $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1 - حساب الحدود u_1, u_2, u_3 : $u_1 = \frac{2}{3}u_0 + 0 + 1 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3}$ و $u_2 = \frac{2}{3}u_1 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{14}{9} + \frac{4}{3} = \frac{14+12}{9} = \frac{26}{9}$

و $3 \times (0,25) \dots \dots \dots u_3 = \frac{2}{3}u_2 + \frac{1}{3}(2) + 1 = \frac{52}{27} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{52+18+27}{27} = \frac{97}{27}$

اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) : المتتالية متزايدة..... (0,25)

2 - أ- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n+3$ لدينا $u_0 \leq 3$ محققة..... (0,25)

نفرض أن $u_n \leq n+3$ صحيحة و لنبرهن أن $u_{n+1} \leq n+4$ صحيحة

$u_n \leq n+3$ بالضرب $\frac{2}{3}$ في نجد $\frac{2}{3}u_n \leq \frac{2}{3}n+2$ بإضافة $\frac{1}{3}n+1$ نجد $\frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n+1 \leq n+3$ أي أن

$u_{n+1} \leq n+3$ و منه $u_{n+1} \leq n+4$ صحيحة و منه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n+3$ (0,25)

ب-درسة اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) : $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 = \frac{-u_n + n + 3}{3}$ الفرق موجب

و منه المتتالية متزايدة..... (0,25)

ج-استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل : بما أن المتتالية (u_n) متزايدة فهي محدودة من الأسفل بالحد u_0 (0,25)

لا يمكن الحكم على تقارب المتتالية (u_n) (0,25)

3 - نعتبر (v_n) متتالية المعرفة بالعلاقة : $v_n = u_n - n$

أ - البرهان أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها :

$v_{n+1} = u_{n+1} - n - 1 = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 - n - 1 = \frac{2}{3}u_n - \frac{2}{3}n$ أي أن $v_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{2}{3}n$ و منه $v_{n+1} = \frac{2}{3}(u_n - n)$ إذن

$v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ و حدها الأول $v_0 = 2$ (0,5)

ب -التعبير عن v_n بدلالة n : $v_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و لدينا $u_n = v_n + n$ و منه $u_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n$ (0,25)

حساب نهاية المتتالية (u_n) : $\lim u_n = \lim \left[2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n \right] = +\infty$ (0,25)

ج-حساب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ لدينا

$S_n = (v_0 - 0) + (v_1 - 1) + (v_2 - 2) + \dots + (v_n - n)$ و منه

$$S_n = v_0 \left[\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1}{\frac{2}{3} - 1} \right] - \frac{(n+1)n}{2} \quad S_n = [v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n] - [0 + 1 + 2 + \dots + n] \text{ أي أن } S_n = [v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n] - [0 + 1 + 2 + \dots + n]$$

$$(0,25) \dots \dots \dots S_n = -6 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1 \right] - \frac{(n+1)n}{2}$$

4 - لتكن (t_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$: $t_n = \ln(v_n)$

أ. البرهان أن (t_n) المتتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول :لدينا $t_n = \ln(v_n) = \ln \left[2 \left(\frac{2}{3}\right)^n \right]$ و منه

$$t_{n+1} = \ln \left[2 \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right] \text{ أي أن } t_{n+1} = \ln \left[2 \left(\frac{2}{3}\right)^n \right] + \ln \left(\frac{2}{3}\right) \text{ و منه } t_{n+1} = t_n + \ln \left(\frac{2}{3}\right) \text{ إذن المتتالية } (t_n)$$

$$(0,25) \dots \dots \dots \ln \left(\frac{2}{3}\right) \text{ حسابية أساسها}$$

ب. حساب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$:

$$(0,25) \dots \dots \dots A_n = \frac{n+1}{2} [t_0 + t_n] = \frac{n+1}{2} \left[\ln 2 + \ln \left[2 \left(\frac{2}{3}\right)^n \right] \right] = \frac{n+1}{2} \ln \left[4 \left(\frac{2}{3}\right)^n \right]$$

و استنتج بدلالة n الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$ لدينا $v_n = e^{t_n}$ و

$$P_n = e^{t_0} \times e^{t_1} \times e^{t_2} \times \dots \times e^{t_n} = e^{A_n} = e^{\frac{n+1}{2} \ln \left[4 \left(\frac{2}{3}\right)^n \right]}$$

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ و النقطتين A و B لاحتقنا $z_A = 4 + 2i$ و $z_B = 3 - i$

$$(0,5) \dots \dots \dots \frac{z_B - z_A}{z_B} = \frac{-1 - 3i}{3 - i} = \frac{-i(-i + 3)}{3 - i} = -i \text{ (1) الكتلقة على الشكل الجبري للعدد}$$

$$(0,5) \dots \dots \dots \frac{z_B - z_A}{z_B} = \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \text{ هو (2) الشكل المثلثي}$$

استنتج طبيعة المثلث ABO قائم متساوي الساقين..... (0,5)

(2) نعتبر التحويل النقطي r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحتقنا z النقطة M' لاحتقنا z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ. نبيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي r هي $z' = -iz + 1 + 3i$ (0,25)

• الطريقة 1 : لدينا العبارة المركبة لـ r هي من الشكل $z' = az + b$ حيث $a = \frac{z_B - z_A}{z_B} = -i$ و

$$b = z_O - az_B = i(3 - i) = 3i + 1 \text{ و منه } z' = -iz + 3i + 1 \text{ محققة .}$$

• الطريقة 2 : لدينا $z_B = -iz_A + 1 + 3i$ أي أن $3 - i = -i(4 + 2i) + 1 + 3i$ نحسب

$$3 - i = -4i + 2 + 1 + 3i \text{ محققة}$$

و $z_O = -iz_B + 1 + 3i$ أي أن $0 = -i(3 - i) + 1 + 3i$ نحسب $0 = -3i - 1 + 1 + 3i$ محققة .
و العبارة صحيحة .

ب. نعين طبيعة التحويل r و عناصره المميزة : بما أن $|-i| = 1$ فإن r دوران زاويته $\arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$ و مركزه النقطة

$$z_0 = \frac{4 + 2i}{2} = 2 + i \text{ أي أن } z_0 = \frac{b}{1-a} = \frac{3i+1}{1+i} = \frac{(1+3i)(1-i)}{2} \text{ الصامدة ذات اللاحقة}$$

ج. نعين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r :

$$z_C = -iz_O + 1 + 3i = 1 + 3i \text{ } (0,25)$$

(3) استنتج طبيعة الرباعي $ABOC$ لدينا $r(A) = B$ و $r(B) = O$ و $r(O) = C$ و منه $AB = BO$ و $OA = BC$ القطران متناصفان و

$$\left(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BO}\right) = \frac{\pi}{2} \text{ أي } \left(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{OB}\right) = -\frac{\pi}{2} \text{ متقايسان و}$$

ومنه $ABOC$ مربع (0,5)

(4) نعين مجموعة النقط M من المستوي ذات الاحتمال z حيث

$$|z - 4 - 2i| = |z| \text{ يعني أن } MA = MO \text{ مجموعة النقط هي محور القطعة}$$

المستقيمة $[OA]$ (0,5)

$$(5) \text{ من أجل } z \neq 2 + i \text{ نضع } L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$$

$$L = \frac{-iz - 1 + 2i}{z - 2 - i} \text{ أي } L = \frac{-iz + 3i + 1 - 2 - i}{z - 2 - i} : L = -i \text{ . بين أن :}$$

$$L = \frac{-i(z - i - 2)}{z - 2 - i} = -i \text{ و منه } L = \frac{-i(z - i - 2)}{z - 2 - i} \text{ (0,5)}$$

ب. نعين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا : $L = -i$ أي أن $L = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ و منه $L^n = e^{-i\frac{n\pi}{2}}$ يكون L^n

$$\text{عددًا حقيقيًا لما } -\frac{n\pi}{2} = \pi k : k \in \mathbb{Z} \text{ و منه } n = -2k : k \in \mathbb{Z}^- \text{ هي القيم المطلوبة (0,5)}$$

$$\left(\frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}\right)^2 = -1 \text{ و } \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i} = -i \text{ لدينا } (z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0 \text{ ج. يتبين أن}$$

$$\text{أي أن } (z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0 \text{ (0,5)}$$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln(x+1) + |x|}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

$$1. \text{ حساب : } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty \text{ لأن } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1} = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1} \ln(1+x) = -\infty \text{ (0,5)}$$

$$(0,5)..... \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x+1} = 1 \text{ و}$$

(0,25)..... (C_f) القسـر البياني هو $x = -1$; $y = 1$ معادلتـي المستقيمان المقاربان للمـنحى

$$2. \text{ أ- حساب } f'(x) \text{ من أجل } x \in]-1; 0[: f(x) = \frac{\ln(x+1)-x}{x+1} \text{ و منه}$$

$$(0,5)..... f'(x) = \frac{-\ln(1+x)}{(x+1)^2} \text{ أن } f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{1+x}-1\right)(1+x)-\ln(1+x)+x}{(x+1)^2}$$

استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -1; 0[$: بما أن $x \in] -1; 0[$ فإن $\ln(1+x) < 0$ و منه f متزايدة على المجال $] -1; 0[$. (0,25).....

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{1+x}+1\right)(1+x)-\ln(1+x)-x}{(x+1)^2} \text{ ومنه } f(x) = \frac{\ln(x+1)+x}{x+1} : x \in]0; +\infty[\text{ من أجل } f'(x) \text{ حسب ب-}$$

أي أن $f'(x) = \frac{2-\ln(1+x)}{(x+1)^2}$ إشارتها من إشارة $2-\ln(1+x)$: تنعدم عند e^2-1 و موجبة على المجال $[0; e^2-1]$ و سالبة على المجال $[e^2-1; +\infty[$ (0,5).....

استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$: f متزايدة على المجال $[0; e^2-1]$ و متناقصة على المجال $[e^2-1; +\infty[$ (0,25).....

$$3. \text{ حساب } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)+x}{x(x+1)} \text{ لدينا } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1 \text{ (باستخدام العدد المشتق) و منه}$$

$$(0,25)..... \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(x+1)}{x(x+1)} + \frac{1}{x+1} \right] = 2 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x(x+1)} = 1$$

$$(0,25)..... \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(x+1)}{x(x+1)} - \frac{1}{x+1} \right] = 0 \text{ و منه } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)-x}{x(x+1)}$$

$$(0,25)..... \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} \text{ لان } 0 \text{ غير قابلة للاشتقاق عند } 0$$

4. كـثـقـبـمـعـادـلـتـي المماسين لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

المماس على اليمين معدلته $y = 2x$ و المماس على اليسار معادلته $y = 0$ $2 \times (0,25).....$

x	-1	0	e^2-1	$+\infty$
$f'(x)_1$	+	0	+	-
$f(x)$	$-\infty$	0	$\frac{1+e^2}{e^2}$	1

5. جدول تغيرات f (0,5).....

$$6. \text{ حساب } f(e-1) = 1 \text{ (0,5).....}$$

إنشاء (C_f) : (1).....

7. أيجاد دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$:

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)+x}{x+1} \text{ أي أن}$$



: الدالة الأصلية للدالة f : $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1} + 1 - \frac{1}{x+1}$ ومنه F

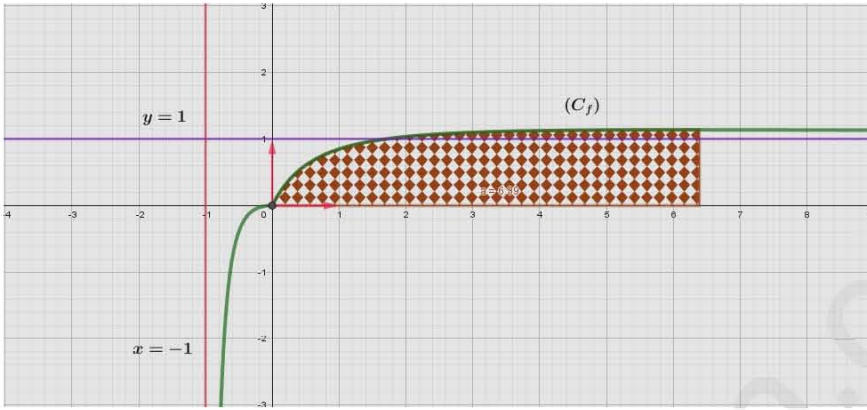
$$(0,5) \dots \dots \dots F(x) = \frac{[\ln(x+1)]^2}{2} + x - \ln(x+1) + c$$

استنتاج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)

و محور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين : $x = 0$ و $x = e^2 - 1$

$$\int_0^{e^2-1} f(x) dx = \left[\frac{1}{2} (\ln(x+1))^2 + x - \ln(x+1) \right]_0^{e^2-1} \quad \text{أي أن} \quad \int_0^{e^2-1} f(x) dx = \int_0^{e^2-1} \frac{\ln(x+1) + x}{x+1} dx \quad \text{نحسب التكامل}$$

$$(0,5) \dots \dots \dots 4(e^2 + 1) \text{ cm}^2 \quad \text{و منه المساحة هي} \quad \int_0^{e^2-1} f(x) dx = e^2 + 1$$



انتهى الموضوع الثاني