



2 046260 812019

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الإخوة قوادري هني - بني ودرن -
دورة : ماي 2019

مديرية التربية لولاية الشلف
امتحان البكالوريا التجريبي

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 سا و 30 د

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x - \ln(x+2)$ والممثلة بمنحنىها البياني (C_g) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الشكل في الورقة الملحقة)

(1) أحسب $g(-1)$ ، بقراءة بيانية حدد إتجاه تغير الدالة على المجال $]-2; +\infty[$

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = g(u_n)$

(أ) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل (التمثيل على الورقة الملحقة)

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n \geq -1$

(ج) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

(د) استنتج أن (u_n) مقاربة وأحسب نهايتها

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب :
$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = \ln[(u_0+2)(u_1+2)\cdots(u_{n-1}+2)] \end{cases}$$

(أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = 3 - u_n$

(ب) استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_0+2)(u_1+2)\cdots(u_{n-1}+2)$

التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما، وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوية كمايلي :

إحتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقح هو $\frac{1}{16}$

إحتمال أن يكون ملقحا علما أنه مصاب هو $\frac{3}{14}$

يتم إختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية ، نرمز ب V إلى الحادثة "التلميذ ملقح" ونرمز ب M إلى الحادثة "التلميذ مصاب بالمرض"

(1) شكل شجرة الإحتمالات المنمذجة لهذه الوضعية

(2) أحسب $P(V \cap M)$ إحتمال أن يكون التلميذ ملقحا ومصابا بالمرض

(3) أثبت أن $P(M) = \frac{7}{80}$ إحتمال أن يكون التلميذ مصاب بالمرض



20462601812019

(4) أحسب $P(\bar{V} \cap M)$ إحتمال أن يكون التلميذ غير ملقح ومصاب بالمرض ثم استنتج $P_{\bar{V}}(M)$

(5) أحسب $P(\bar{V} \cap \bar{M})$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما

$$z_B = 3 - i \text{ و } z_A = 4 + 2i$$

(1) أكتب على الشكل الجبري ثم المثلثي العدد المركب : $\frac{z_B - z_A}{z_B}$

(ب) استنتج طبيعة المثلث ABO مع التعليل

(2) نعتبر التحويل النقطي r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول

A إلى B ويحول B إلى O

(ا) بين أن العبارة المركبة للتحويل r هي : $z' = -iz + 1 + 3i$

(ب) عين طبيعة التحويل r وعناصره المميزة

(ج) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r

(د) استنتج طبيعة الرباعي $ABOC$

(3) عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|z - 4 - 2i| = |z|$

(4) من أجل $z \neq 2 + i$ نضع : $L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$

(ا) بين أن $L = -i$ ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدد حقيقي

(ب) بين أن $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = 1 + (1 - x)e^{-x+2}$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) \geq 0$

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$

(1) أكتب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) بين أنه من أجل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ (حيث f' مشتقة الدالة f)

(ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(2) أكتب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ)

(ج) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلته

(3) (ا) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0,1 < \alpha < 0,2$

(ب) أكتب $f(-1)$ ثم أرسم (T) ، (Δ) و (C_f)



20462601812019

(4) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة : $xe^{-x+2} - 1 - m = 0$

(5) (ا) بين أن الدالة $e^{-x+2}(-x-1)$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x+2}$ على $\mathbb{R}$

(ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما :
 $x = 2$ و $x = 3$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(1; -1; 4)$ ، $B(7; -1; -2)$ و $C(1; 5; -2)$

(1) (ا) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع

(ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1; 1; 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية لـ (ABC)

$$(2) (\Delta) \text{ مستقيم معرف بتمثيله الوسيطى : } \begin{cases} x = -2t \\ y = -2 - 2t ; (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

(ا) بين أن (Δ) عمودي على المستوي (ABC) ثم عين إحداثيات G نقطة تقاطعهما

(ب) بين أن G مركز ثقل المثلث ABC

(3) (S) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A

(ا) أكتب معادلة لسطح الكرة (S)

(ب) أدرس الوضع النسبي لـ (S) و (Δ) مع تحديد المجموعة $(S) \cap (\Delta)$

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

$$(u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N}^* \text{ كمايلي : } \begin{cases} u_1 = e^2 \\ u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2\sqrt{u_n}}} \end{cases}$$

(1) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \frac{1}{e}$

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

(3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n = \frac{1}{2} + \ln \sqrt{u_n}$

(ا) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{1 + \ln u_1} + \frac{1}{1 + \ln u_2} + \dots + \frac{1}{1 + \ln u_n}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z - i)(z^2 + 2z + 2) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

نعتبر النقط A, B, C و D لواقعها على الترتيب $z_A = i, z_B = 2, z_C = -1 - i$ و $z_D = 1 - 2i$

(ا) تحقق أن النقطة D مرجح للجملة $\{(A; 1), (B; -1), (C; -1)\}$

(ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسّي ، ثم فسر النتيجة هندسيا ، برر طبيعة الرباعي $ABCD$

(ج) أكتب العدد المركب $-4 + 4i$ على الشكل الأسّي ، ثم أحسب $(-4 + 4i)^{2018}$

(3) من أجل كل نقطة $M(z)$ من المستوي تختلف عن B ، نرفق النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = \frac{iz - 4 + 2i}{z - 2}$

(ا) تحقق أن $z' - i = \frac{-4 + 4i}{z - 2}$

(ب) بين أن $AM'.BM = 4\sqrt{2}$ و $\left(\vec{u}, \overrightarrow{AM'}\right) + \left(\vec{u}, \overrightarrow{BM}\right) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$

(4) (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\text{Arg}(z' - i) = \frac{\pi}{4}$

(ا) تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 2 + i$ تنتمي إلى (Γ)

(ب) عين طبيعة المجموعة (Γ)

التمرين الرابع: (06 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على $]-1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (ا) بين أنه من أجل عدد حقيقي x من $]-1; \infty[$: $f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2}$ (حيث f' مشتقة الدالة f)

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f على $]-1; \infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(4) (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

(ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,9 < \alpha < 4$

(ج) أرسم (T) و المنحنى (C_f)

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x - 3m$

(6) F دالة معرفة على $]-1; \infty[$ بـ : $F(x) = (-3 - x) \ln(x+1) + 3x$

(ا) بين أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1; \infty[$

(ب) لتكن $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما

$x = \alpha$ و $x = 0$

بين أن : $A(\alpha) = 4 \left(\frac{\alpha^2 - 3\alpha}{\alpha + 1} \right) \text{cm}^2$ ثم اوجد حصر ل $A(\alpha)$