

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

- (1) - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21)$
- (2) - المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C, D ذات اللواحق $z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}, z_B = \sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}, z_C = 3 + 2i\sqrt{3}, z_D = \overline{z_C}$ على الترتيب
- بين أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = 3$
يطلب تعيين نصف قطرها
- (3) - لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O
(أ) - بين أن $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC
(ب) - بين أنه يوجد دوران R مركزه النقطة B ويحول النقطة E إلى النقطة C ، يطلب تعيين زاويته .
- (4) - نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' ، حيث :
$$z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

(أ) - عين طبيعة S وعناصره المميزة .
(ب) - عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$
حيث θ عدد حقيقي .
(ج) - عين طبيعة (E') صورة (E) بالتحويل S وعناصرها الهندسية .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- يحتوي كيس على عشر كريات (لا نفرق بينها باللس) بحيث : خمس كريات حمراء تحمل الأرقام $-1, -2, -1, 0, 1, 2$ ، وثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام $-1, 0, 1$ ، وكرتان سودوان تحملان الرقمين -1 و 0
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من هذا الكيس
- (1) - أحسب عدد الحالات الممكنة
 - (2) - A و B حادثتان معرفتان كمايلي :
A : " الكريتان المسحوبتان لونهما مختلف " B : " الكريتان المسحوبتان تحمل كلا منهما رقم موجب تماما "
- احسب $P(A)$ و $P(B)$.
 - (3) - ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سجة ممكنة العدد الحقيقي $|x - y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملهما الكريتان المسحوبتان من الكيس .
(أ) - عين القيم الممكنة لـ X
(ب) - عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضيائي .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن u_n متتاليه هندسية متزايدة وحدودها موجبة معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ :

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$$

- (1) - أحسب u_1 ، u_2 و u_3 ثم عين أساسها q .
- (2) - اكتب u_n بدلالة n .
- (3) - أحسب بدلالة n كلا من المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$
- (4) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5
 ب- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $2016^{1436} + 49^{2n+1} + 5n - 3$ على 5 .
 ج- نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S'_n = \frac{1}{\ln 2} [\ln 4 + \ln 4^2 + \dots + \ln 4^n]$
 - أحسب S'_n بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S'_n + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (| الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = -x^3 + 1 - 2\ln x$)
- (1) - احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
 - (2) - ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
 - (3) - أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$
 - (| الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ :
 $f(x) = -x + 2 + \frac{\ln x}{x^2}$)
 - (1) - احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 - (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
 ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 - (3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلته $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
 ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
 ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له
 - (4) - أنشئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) . (تعطى $f(0.6) = 0$ و $f(2.2) = 0$)
 - (5) - ناقش حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$
 - (6) - لتكن الدالة H المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ :
 $H(x) = -\frac{1+\ln x}{x}$
 - أ- تحقق أن الدالة H دالة أصلية للدالة $\frac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0; +\infty[$
 - ب- نعتبر S_λ مساحة الحيز المستوي A المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذان معادلتاهما $x = 1$ و $x = \lambda$ حيث λ عدد حقيقي من المجال $]1; +\infty[$
 - بين أن : $S_\lambda = \frac{\lambda-1-\ln \lambda}{\lambda}$ ، ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S_\lambda$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

- المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C ذات الواحق $z_A = 2$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = \bar{z}_B$ على الترتيب
- (1) - عين الكتابة الاسية للعدد المركب z_B ثم للعدد z_C
- (2) - بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها
- (3) - أنشئ النقط A ، B و C ثم عين طبيعة الرباعي $OBAC$
- (4) - عين ثم أنشئ المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z| = |z - 2|$
- (||) - التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z وتختلف عن النقطة A بالنقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z' = \frac{-4}{z-2}$
- (1) - (ج) - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $\frac{-4}{z-2} = z$ ثم استنتج صورتي B و C بالتحويل T
- (2) - G مركز ثقل المثلث OAB ، عين ثم أنشئ النقطة G' صورة النقطة G بالتحويل T
- (3) - أ- من أجل كل نقطة M تختلف عن A بين أن : $AM' = \frac{2 \times OM}{AM}$
- ب- نفرض أن النقطة M تنتمي إلى المجموعة (E) ، ماهي مجموعة النقط M' ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(2, 1, 3)$ ، $B(-3, -1, 7)$ و $C(3, 2, 4)$
- (1) - بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .
- (2) - ليكن (D) المستقيم ذو التمثيل الوسيط التالي :
$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} \text{ حيث } t \in \mathbb{R}$$
- أ- بين أن المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC)
- ب- عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
- (3) - لتكن H نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (ABC)
- أ- بين أن النقطة H هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, -2), (B, -1), (C, 2)\}$
- ب- لتكن (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $(-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}) \cdot (\vec{MB} - \vec{MC}) = 0$
- عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة .
- ج- لتكن (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$
- عين طبيعة المجموعة (F) وحدد عناصرها المميزة .
- د- عين المجموعة $(E) \cap (F)$ وهل النقطة $S(-8, 1, 3)$ تنتمي إلى المجموعة $(E) \cap (F)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (1) - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للأعداد 2^n ، 3^n و 4^n على 7
- (2) - عين باقي قسمة العدد $4^{2019} + 3^{2018} - 2^{2017}$ على 7
- (3) - استنتج أنه من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ يكون $5 \times 2^{3k+1} - 5^{6k+5} + 28 \equiv 0[7]$

- (4) - حل في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلة $10^{3n} + 4^{2n} - 22^n \equiv 0 [7]$
- (5) - عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق $2^n + 3^n + 4^n \equiv 2 [7]$ و $0 < n \leq 25$
- (6) أ- برهن أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ يكون $(4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \equiv 2(2n+1) \times 3^{2n} [7]$
- (ب) - عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي n بحيث $(4n+3) \times 9^n - 4^{2n+3} \equiv 0 [7]$ و n مضاعف لـ 8 .
- (7) - يحتوي كيس على 10 كرات مرقمة من 0 إلى 9 (لا نفرق بينها باللمس) ، نسحب كرتين في آن واحد من الكيس
- (أ) - ماهو عدد الحالات الممكنة ؟
- (ب) - ماهو احتمال لكي يكون مجموع الرقنين المسحوبين من بواقي قسمة 3^n على 7 .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (|) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x+1}$
- (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$
- (1) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{e^{-x}+1} = 1 - \frac{1}{e^x+1}$
- (ب) - استنتج أن الدالة f فردية ثم احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = -\frac{1}{2}(\frac{e^x-1}{e^x+1})^2$
- (ب) - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
- (ج) - استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ فإن: $1 - \frac{2}{e^x+1} \leq \frac{1}{2}x$
- (3) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1 + \frac{1}{2}x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .
- (ب) - استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له .
- (4) - أنشئ المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 1$ والمستقيم (Δ) ثم أنشئ (C_f) .
- (5) - ليكن λ عددا حقيقيا موجبا .
- (أ) - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $\frac{1}{e^x+1} = \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$
- (ب) - احسب بـ cm^2 مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحصور بين المنحنى (C_f) ، المستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما
- $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$ ثم احسب $x = \lambda$ و $x = 0$
- (|) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n}+1}$
- (1) - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n > 0$
- (2) أ- تحقق باستعمال نتيجة السؤال (2 - ج) أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$
- (ب) - استنتج أن (u_n) متناقصة . ماذا يمكن القول عن تقاربها ؟
- (ج) - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq (\frac{1}{2})^n$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$