



2 046260 812018

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
المقاطعة رقم 1 لولاية غرداية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبي

دورة : ماي 2019

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 سا و 30 د

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 5 - \frac{4}{U_n}$

(1) أحسب U_1 ، U_2 ، ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $2 \leq U_n \leq 4$

(2) بين ان (U_n) متزايدة . ثم استنتج أنها متقاربة .

(3) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $4 - U_{n+1} \leq \frac{4 - U_n}{2}$.

(4) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 4 - U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقتها على الترتيب Z_A ، Z_B ، Z_C و Z_D حيث: $Z_A = i\sqrt{3}$ ، $Z_B = \overline{Z_A}$ ، $Z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ و $Z_D = \overline{Z_C}$

(1) بين أن: $\left(\frac{1+Z_A}{2}\right)^{2019} + \left(\frac{1-Z_A}{2}\right)^{2019} = -2$

- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $\left(\frac{1+Z_A}{2}\right)^n - \left(\frac{1-Z_A}{2}\right)^n = 0$

(2) تحقق أن: $\frac{Z_C - Z_A}{Z_D - Z_A} = \frac{Z_D - Z_B}{Z_B - Z_C}$ ثم استنتج أن النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

(3) عين طبيعة الرباعي $ABDC$ ثم احسب مساحته.

(4) f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث:

$$Z' = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}(Z - Z_A) + Z_A$$

. عين طبيعة التحويل f و عناصره المميزة .

(5) (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: $(Z \neq Z_B \text{ و } Z \neq Z_A)$ المعرفة بالعلاقة:

$$k \in \mathbb{Z} \text{ مع } (E) : \arg(Z^2 + 3) = \arg(Z + i\sqrt{3}) + 2k\pi$$

- بين أنه يمكن كتابة العلاقة للمجموعة (E) على الشكل: $\arg(Z - Z_A) = 2k\pi$ ثم استنتج طبيعة المجموعة (E) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

تتكون باقة ورد من أربع وردات حمراء وثلاث وردات بيضاء ووردتين لونهما أصفر.

(I) نختار عشوائيا وفي آن واحد ثلاث وردات من هذه الباقة.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الوردات الصفراء المختارة.
(1) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(2) أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

(II) نختار على التوالي وبدون إرجاع ثلاث وردات من هذه الباقة.
نعتبر الحادثتان التاليتان:

الحادث A : " اختيار ثلاث وردات من نفس اللون "

الحادث B : " اختيار وردتين على الأقل لونهما أحمر "

(1) أحسب الإحتمالات التالية $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(A \cap B)$.

(2) علما أن الوردات المختارة من نفس اللون ، ما هو الاحتمال أن تكون حمراء . (الحادث R : اختيار ثلاث وردات حمراء)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يعطى في الشكل المرفق المنحنيين (C_1) و (C_2) لدالتين معرفتين وقابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، نعلم أن إحدى هاتين الدالتين هي الدالة المشتقة للأخرى ، نرمز إليهما إذن بـ g و g' .
(1) أرفق كل دالة منهما بتمثيلها البياني.

(2) على المجال $[-\frac{3}{2}; 5]$ شكل جدول تغيرات الدالة g .

(3) ماهو معامل توجيه المماس للمنحني (C_1) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(II) لتكن المعادلة التفاضلية $(E): y' + y = 2(x+1)e^{-x}$

(1) بين أن الدالة f_0 المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_0(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ حل للمعادلة (E) .

(2) حل المعادلة التفاضلية $(E'): y' + y = 0$.

(3) بين أن f حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة u حيث $u = f - f_0$ حلا للمعادلة (E') .

(4) استنتج من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، عبارة $f(x)$ عندما تكون f حلا للمعادلة (E) .

(5) علما أن الدالة g المعرفة في الجزء (I) حلا للمعادلة (E) عين $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

(6) عين الحل h للمعادلة (E) الذي تُمثِّله البياني يقبل في النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا معامل توجيهه معدوما.

(III) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$.

(1) عين نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

(2) نعلم أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، عين دالتها المشتقة وأدرس اشارتها، ثم أنجز جدول تغيراتها.

(3) في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$) ، نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f .

(I) عين معادلة $L(d)$ مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1.



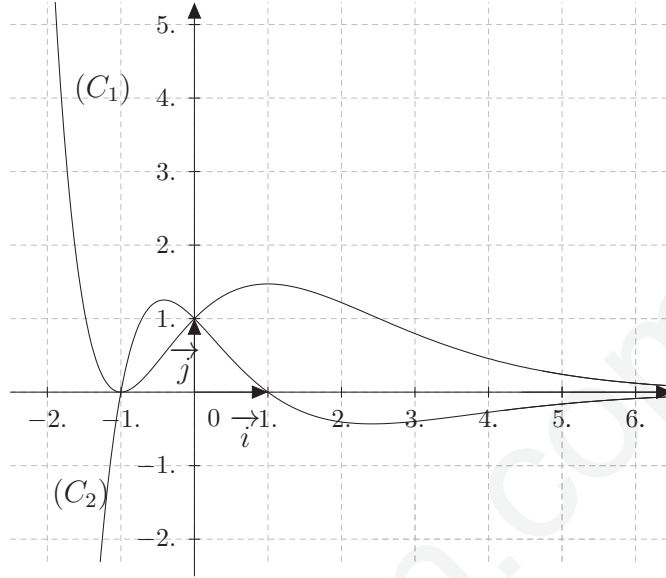
2 046260 812018

ب) أنشئ المماس (d) والمنحنى (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

4) لتكن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$

ا) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون F دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) وبمحور الترتيب و محور الفواصل والمستقيم ذي المعادلة $x = 1$.





الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

f الدالة المعرفة على المجال $[1, +\infty[$ بالشكل: $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$, و ليكن (C_f) المنحنى الممثل لها.

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (كما هو موضح في الشكل 1).

ولتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بعدها الأول $U_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) (أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0 , U_1 , U_2 دون حسابها مبينا خطوط الإنشاء. (الشكل 1)

(ب) خمن إتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

(ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $1 < U_n < 2$.

(2) أثبت ان المتتالية (U_n) متزايدة تماما. ثم استنتج أنها متقاربة .

(3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل: $V_n = \ln(U_n - 1)$

(أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

(ب) أكتب عبارة الحد العام (V_n) بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(4) احسب كلا من Π_n و S_n بدلالة n حيث:

$$\Pi_n = (U_0 - 1)(U_1 - 1)(U_2 - 1) \dots (U_n - 1)$$

$$S_n = V_0^2 + V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2$$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(Z + \sqrt{3} - 3i)(Z^2 - 6Z + 12) = 0$

(2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

نعتبر النقط A , B , C التي لواحقها على الترتيب. $Z_A = 3 + i\sqrt{3}$, $Z_B = 3 - i\sqrt{3}$, $Z_C = -\sqrt{3} + 3i$

(أ) أكتب كلا من Z_A و Z_C و $\frac{Z_C}{Z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث OAC .

$$(ب) \text{ أحسب } \left(\frac{Z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1440} + i\left(\frac{Z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2019}$$

(3) لتكن النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل , بين أن المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان.

(4) عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه $E(3 - \sqrt{3}, 0)$ ويحول النقطة A إلى النقطة C .

(5) بين أن النقط A , E , O , C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق U_2 على كرتين حمراوين و 5 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق U_3 على 3 كرات تحمل الرقم 1 و كرتين تحملان معا الرقم 2.
 (1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من U_1 ، (ولا نهتم بالصندوقين U_2 و U_3).

(ا) ما هو عدد الحالات الممكنة .

(ب) ما هو احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون.

(ج) ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل.

(د) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

– حدد قانون احتمال X .

(2) نسحب الآن كرة من U_3 . إذا كان رقمها هو 1 نسحب كرة من U_1 ، أما إذا كان رقمها هو 2 فنسحب كرة من U_2 .

(ا) ما هو احتمال الحصول على كرة حمراء.

(ب) علما أن الكرة المسحوبة حمراء ، ما هو احتمال كونها مسحوبة من U_1 .

(نسمي الأحداث التالية الحدث R : الكرة المسحوبة حمراء ، الحدث A_1 : الكرة مسحوبة من الصندوق

U_3 وتحمل الرقم 1 ، الحدث A_2 : الكرة مسحوبة من الصندوق U_3 وتحمل الرقم 2 ، الحدث B : الكرة

مسحوبة من الصندوق U_1)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 2\}$ كمايلي: $f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - x - 2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا.

(2) (ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 2\}$ لدينا: $f'(x) = \frac{-2x(x+4)}{(x^2 - x - 2)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) (ا) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) المقارب الأفقي له.

(ب) عين نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

(ج) ارسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f) .

(د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$(3 - m)x^2 + (m - 1)x + 2(m - 1) = 0$$

(4) (ا) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 و 2 لدينا:

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2}$$

(ب) إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]2, +\infty[$.

(5) لتكن $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $y = 3$ و $x = 3$ و $x = \lambda$ حيث:

λ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]2, 3[$.

(ا) أحسب المساحة $S(\lambda)$ بدلالة λ .



2 046260 812018

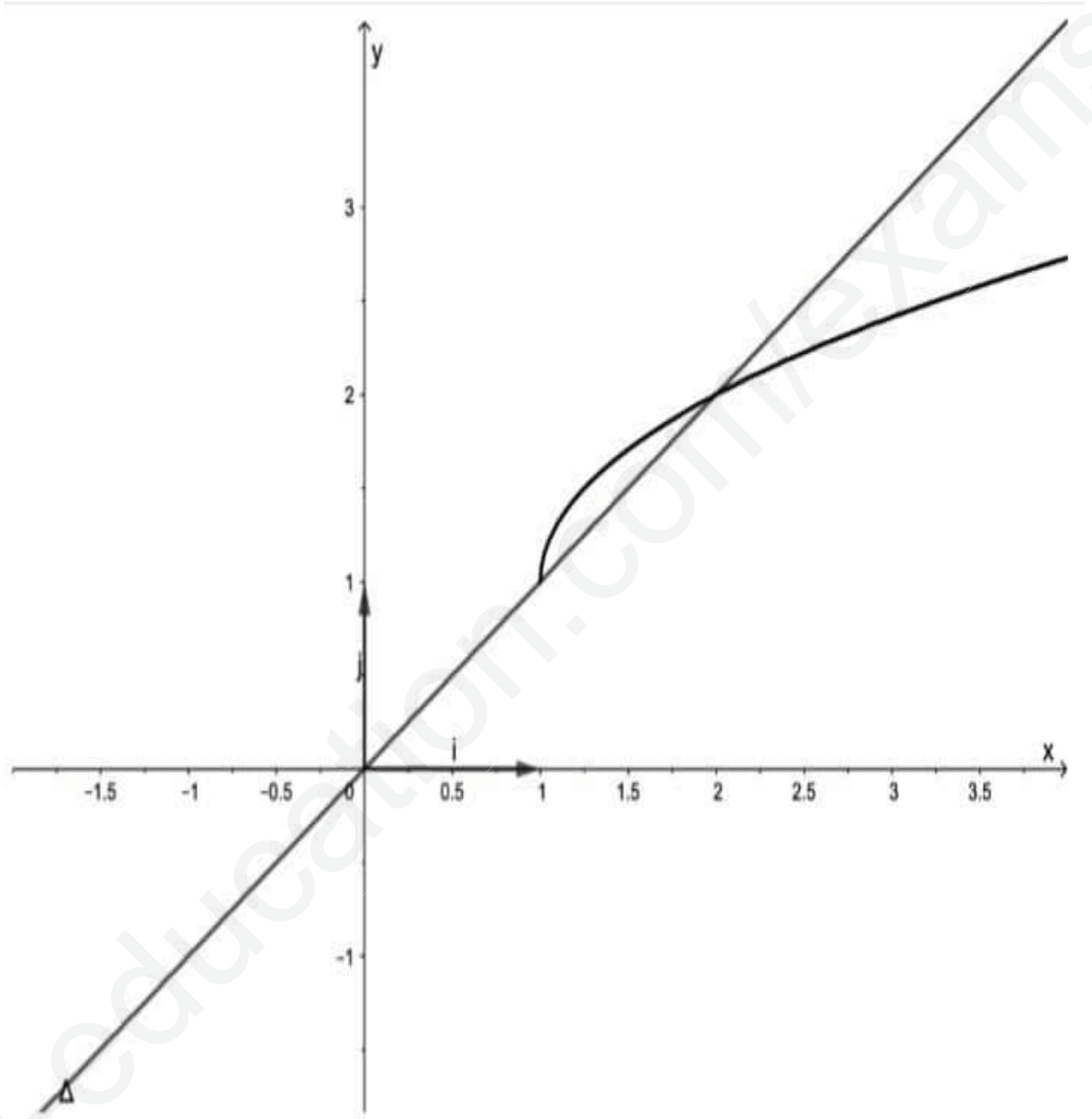
ب) أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow 2} S(\lambda)$.

6) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ كمايلي: $g(x) = \frac{3x^2 - |x| - 2}{x^2 - |x| - 2}$

ا) برهن أن g دالة زوجية على مجموعة تعريفها.

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند $x_0 = 0$ وفسر النتيجة هندسيا.

7) أكتب الدالة g دون رمز القيمة المطلقة. و بإستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_g) الممثل للدالة g .



الشكل-1-