

امتحان البكالوريا التجريبي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

تنبيه : الإجابة تكون بمنهجية واضحة و دقيقة

التمرين الأول : 04 نقاط

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء و ثلاثة بيضاء حيث كل الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس.

نسحب كرة واحدة من الصندوق, إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نسحب كرتين في أن واحد من الكرات المتبقية, وإذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء نسحب كرتين على التوالي و بدون إرجاع من الكرات المتبقية.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : « الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون » C : « الحصول على كرة بيضاء على الأكثر »

2. إذا علمت أنه حصلنا على كرتين بيضويتين بالضبط, ما احتمال أن تكون الكرة الأولى المسحوبة بيضاء.

نضيف الآن إلى الصندوق السابق ثلاث كرات حمراء و نسحب من جديد ثلاث كرات على التوالي و بلا رجاء و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة عدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق

1. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

2. أحسب $P(e^X \leq e), P(|X-1| \leq 1), P(X^2 - 3X + 2 = 0)$

3. أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X ثم إمنتج $E(3X + 2)$

التمرين الثاني : 04 نقاط

أ. عين قيم العدد الصحيح m بحيث تقبل المعادلة : $2014\alpha = 475\beta + m$ حلوًا في $\mathbb{Z}^2$.

ب. نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $2014x - 475y = -19$ (1) .

1. عين الحل الخاص (x_0, y_0) للمعادلة (1) والذي يحقق : $y_0 - 4x_0 = 1$.

2. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1).

3. بين أن العددين x و y أوليان فيما بينهما باعتبار الشئانية (x, y) من $\mathbb{N}^2$ حل للمعادلة (1) .

4. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $n \equiv 4[25]$ و باقي قسمة n على العدد 106 هو 17 .

5. عين كل الشئانيات (x, y) من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (1) بحيث يكون العدد $(x + y)$ مضاعف للعدد 10 .

6. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على العدد 5 .

7. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2017^{4n+3} - 2 \times 2016^{8n} + 2014^{2n+1})$ على العدد 5 حيث n عدد

طبيعي .

التمرين الثالث : 05 نقاط

1. عین العددين المركبين z_1 و z_2 حيث :
$$\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + 2i)z_1 - z_2 = (1 - \sqrt{3})i \end{cases}$$
2. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = 1 - i$ و $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$.
3. أكتب z_A على الشكل الأسّي.
4. بين أن : $\frac{z_B}{z_A} = (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم إستنتج الشكل الأسّي للعدد z_B .
5. أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.
6. احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BD]$ مقدرة بوحدة المساحة.
7. عین مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\arg[(z - z_B)^2] = \arg(z_B) - \arg(z_D)$.
8. لتكن النقطة C ذات اللاحقة $z_C = 1 + i$.
- أ. عین طبيعة المثلث ABC ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.
- ب. ليكن التحويل النقطي S المعروف كما يلي : $S = r \circ h$ مع h تحاكي مركزه O ونسبته -2 .
1. عین طبيعة التحويل S مع تعيين خصائصه المميزة.
2. نعرف من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ ، التحويل النقطي H_n كما يلي : $H_n = \underbrace{S \circ S \circ \dots \circ S}_{n \text{ مرّات}}$.
- أ. عین قيم n حتى يكون H_n تحاكي يطلب تعيين خصائصه.

التمرين الرابع : 07 نقاط

- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $f(x) = (1 - 2x)e^{2x}$ ، ونسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ مع وحدة الطول $2cm$.
1. أدرس تغيرات الدالة f .
 2. أوجد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الترتيب $y = 0$.
 3. أحسب $f(1)$ ثم أرسم بدقة (C_f) و (Δ) .
 4. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = f(m)$.
 5. عین العددين الحقيقيين a, b بحيث تكون الدالة F المعرفة بـ : $F(x) = (ax + b)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.
 6. أحسب بـ cm^2 وبدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معدلاتها $y = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ و $x = \lambda$ حيث $\lambda < \frac{1}{2}$ ثم أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} S(\lambda)$.
 7. أحسب f'' ، $f^{(3)}$ ، $f^{(4)}$ ، حيث f' ، f'' ، f''' ، $f^{(4)}$ المشتقات المتتالية للدالة f حيث $n \geq 1$.
 8. برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فإن : $f^{(n)}(x) = 2^n(1 - n - 2x)e^{2x}$.
 9. عین x_n و y_n إحداثيات النقطة M_n بحيث يقبل $(C_{f^{(n)}})$ عندها مماسا يوازي حامل محور الفواصل.
 10. بين أن x_n متتالية حسابية وأن y_n متتالية هندسية يطلب تعيين حداهما العام بدلالة n .
 11. تحقق من أن النقطة M_n تنتمي إلى المنحنى (Γ) الذي معادلته : $y = \frac{e^{2x}}{4^x}$.
 12. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$.