

البكالوريا التجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الاول

التمرين الأول (04):

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4u_n}{u_n+2}$

(1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n < 2$

(2) ادرس رتبة المتتالية (u_n) . هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

(3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

(ا) بين ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول ثم عبر عن v_n بدلالة n

(ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(ج) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$ ، احسب S_n بدلالة n

(4) (ا) بين ان $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3} |u_n - 2|$ من اجل كل عدد طبيعي n

(ب) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $|u_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثاني (04):

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بحيث :

U_1 يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الارقام 1، 1، 1، 2، 0 وثلاث كرات خضراء تحمل الارقام 1، 1، 0،

U_2 يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الارقام 1، 1، 2 وكرتين خضراوين تحمل الرقمين 1، 0،

(كل الكرات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس)

I. نختار عشوائيا احد الصندوقين فاذا كان U_1 نسحب كرتين على التوالي بدون ارجاع واذا كان U_2 نسحب منه كرتين على التوالي بالارجاع

(1) احسب احتمال الحوادث التالية :

A "سحب كرتين من نفس اللون" ، B "سحب كرتين تحملان نفس الرقم" ، C "سحب كرة حمراء على الاقل"

(2) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ علل.

(3) اذا علمت ان الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين . فما احتمال ان تكون من الصندوق U_1 ؟

II. نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 ونضعها جميعها في صندوق واحد U_3 . نسحب عشوائيا من الصندوق U_3 كرتين في ان واحد .

وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الارقام التي التي تحملها الكرتين المسحوبتين

1. عين قيم المتغير العشوائي X

2. عرف قانون الاحتمال لـ : X

التمرين الثالث (05):

(1) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$$(E) \dots \bar{z}^3 - 3\bar{z}^2 + 3\bar{z} + 7 = 0 \text{ هو مرافق العدد المركب } z$$

(ا) بين ان المعادلة (E) تكافئ المعادلة : $(\bar{z}^2 - 4\bar{z} + 7) = 0$

(ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

(2) في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط A، B، C و D لواحقها على الترتيب : $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$

$$z_D = 3, z_C = \bar{z}_B,$$

(أ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا

(ب) عين طبيعة المثلث ABC

3. (أ) اكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الاسي ثم استنتج ان النقطة A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه

(ب) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD

4. (Γ) مجموعة النقط M من المستوي لاحتقتها z تحقق: $z + 1 = 2\sqrt{3}ke^{\frac{\pi}{6}}$ حيث k يسمح المجال $[0; +\infty[$

• عين قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \overrightarrow{AB})$ ، ثم استنتج مجموعة النقط (Γ)

5. (أ) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون: $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$

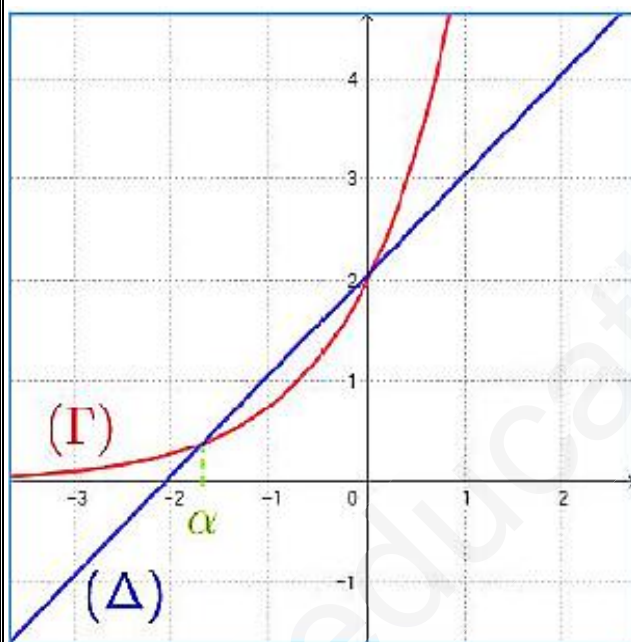
(ب) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\| \leq 2\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\|$

(ج) استنتج مجموعة نقط تقاطع (E) و (Γ)

النمرين الرابع (07):

1. المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. التمثيل البياني للدالة $x \mapsto 2e^x$

، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $\alpha \cdot y = x + 2$ و 0 هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ) و (Δ) حيث $-1.6 < \alpha < -1.5$



(1) بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$

(2) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = -2e^x + x + 2$$

• حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = 2(ex - 3) + (x + 3)e^{-x+1}, (C_f) \text{ تمثيلها البياني}$$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$

(ج) عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

(د) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(2) (أ) بين ان المستقيم (D) ذا المعادلة $y = 2(ex - 3)$ هو مستقيم مقارب

لـ (C_f) عند $+\infty$ ، ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

(ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

(ج) بين ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها β حيث: $-2.4 < \beta < -2.3$

(3) انشئ كل من (C_f) ، (D) ، $f(\alpha) \approx 4.15$ ، $f(-3) \approx -22.31$ ناخذ

(4) (أ) اوجد العددين الحقيقيين a ، b حتى تكون الدالة $x \mapsto (ax + b)e^{-x+1}$ دالة اصلية للدالة $x \mapsto (x + 3)e^{-x+1}$ على $\mathbb{R}$

(ب) احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x = 1$ ، $x = n$ حيث n عدد

طبيعي ($n > 1$)، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

التمرين الأول (04):

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 0]$ كما يلي: $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$ (C_f). تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ كما هو موضح في الشكل. وليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

$$(1) \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad \text{كما يلي: } (u_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N}$$

(أ) مثل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على محور الفواصل مبرزاً خطوط الانشاء

(ب) خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n)

(ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $u_n > 1$ ثم بين ان (u_n) متناقصة

(د) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة

$$(2) \quad (أ) \text{ اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي } n \text{ فان: } u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$$

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n)

$$(3) \quad \text{لتكن } (v_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$$

(أ) بين ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول

$$(ب) \text{ احسب المجموع } S_n \text{ بدلالة } n \text{ حيث: } S_n = \frac{v_0 - 1}{u_0} + \frac{v_1 - 1}{u_1} + \frac{v_2 - 1}{u_2} + \dots + \frac{v_n - 1}{u_n}$$

التمرين الثاني (04):

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2; 0; 1)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-2; 2; 2)$

$$(1) \quad (أ) \text{ احسب الجداء السلمي } \vec{AB} \cdot \vec{AC} \text{ ثم الطولين } AB \text{ و } AC$$

(ب) عين قياساً بالدرجات مدورا الى الوحدة للزاوية $\widehat{BAC}$

(ج) استنتج ان النقط A, B, C ليست في استقامة

(د) اثبت ان: $2x - y + 2z + 2 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

$$(2) \quad \text{لتكن } (P_1) \text{ و } (P_2) \text{ المستويين ذي المعادلتين } x + y - 3z + 3 = 0 \text{ و } x - 2y + 6z = 0 \text{ على الترتيب}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t \\ z = t \end{cases} \quad ; (t \in \mathbb{R}) \quad \text{له تمثيل وسيطي: } (P_2) \text{ و } (P_1) \text{ متقاطعين في مستقيم } (\Delta) \text{ له تمثيل وسيطي: } (t \in \mathbb{R})$$

(3) بين ان المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) متقاطعان ثم حدد احداثيات نقطة تقاطعهما

(4) ليكن (S) سطح الكرة ذات المركز $\Omega(1; -3; 1)$ ونصف القطر $r = 3$

(أ) اعط معادلة ديكارتية لـ (S)

(ب) حدد تقاطع (S) مع المستوي (ABC)

التمرين الثالث (05):

أ. a و b عدداً حقيقيين.

$$(1) \quad \text{افسر الجداء } (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(2) \quad \text{حل في مجموعة الاعداد المركبة } \mathbb{C} \text{ المعادلة: } z^3 + 8 = 0$$

ب. نعتبر في المستوى المركب المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$ النقط A, B, D التي لواحقتها: $z_A = -2$, $z_B = 1 - \sqrt{3}i$, $z_D = 1 + \sqrt{3}i$,

$$(1) \quad \text{علم النقط } A, B, D$$

$$(2) \quad (أ) \text{ اكتب على الشكل الاسي العدد المركب } \alpha \text{ حيث } \alpha = \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$$

(ب) استنتج نوع المثلث ABD

(ج) اكتب معادلة للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABD

(3) لتكن C مرجح الجملة $\{(A, -1); (B, 1); (D, 1)\}$

(ا) عين z_C لاحقة النقطة C ثم حدد مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

(ب) احسب قياسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DO})$ ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (DC) والدائرة (C)

(4) لتكن (I) مجموعة النقط M التي لواحقها z : حيث $k \in \mathbb{Z}, \arg(\bar{z} + 2) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

تحقق ان النقطة B تنتمي الى المجموعة (I) ثم حدد (I)

(5) الدوران الذي مركزه النقطة D ويحول النقطة A الى النقطة B

(ا) اكتب العبارة المركبة للدوران R

(ب) تحقق ان $R(B) = C$ ثم استنتج صورة المثلث ABD بالدوران R

النمرين الرابع (07):

f الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 1$ ، ومن اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2 \ln x) + 1$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) ادرس استمرارية الدالة f عند النقطة $x_0 = 0$

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(2) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

(3) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما، $f'(x) = 2x(1 - \ln x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) جد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة E ذات الفاصلة 1

(5) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

(ا) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$

(ب) بين ان الدالة g' تقبل قيمة حدية عظمى عند القيمة 1 ثم استنتج اشارة $g'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة g ، احسب $g(1)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(د) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ، فسر النتيجة هندسيا.

(6) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق: $4.6 < \alpha < 4.7$

(7) ارسم في المعلم السابق (Δ) و (C_f) على المجال $[0; 5]$

(8) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة جد الدالة الاصلية للدالة $x^2 \ln x \mapsto x$ والتي تنعدم عند القيمة 1

(ب) احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 1$ و $x = \alpha$ و $y = 0$

(ج) بين ان: $A(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 12\alpha - 29}{18} u a$

