

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : ﴿ 04 نقاط ﴾

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ حيث وحدة الطول هي 5cm.

نضع $Z_0 = 2$ و من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $Z_{n+1} = \frac{1+i}{2} Z_n$

ولتكن النقطة M_n ذات اللاحقة Z_n .

(1) احسب Z_4, Z_3, Z_2, Z_1 ثم مثل النقط M_4, M_3, M_2, M_1 .

(2) من اجل كل عدد طبيعي n نضع $U_n = |Z_n|$.

■ بين ان المتتالية (U_n) هندسية و انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_n = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n$

(3) عين قيمة العدد الطبيعي n_0 بحيث تنتمي النقطة M_{n_0} الى دائرة مركزها O ونصف قطرها 0.5 .

(4) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $\frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1}} = i$

■ استنتج طبيعة المثلث $OM_n M_{n+1}$.

التمرين الثاني : ﴿ 05 نقاط ﴾

يحتوي صندوق على 10 كريات منها **خمس** كرات **بضاه** تحمل الأرقام 4 ، 4 ، 4 ، -3 ، 1 و **أربع** كرات **حمراء** تحمل الأرقام 1، 1، 1، -3 و **كرة سوداء** تحمل الرقم -2، نسحب من الصندوق بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد .

① عين احتمال الحوادث التالية : A " الحصول على كرتين من نفس اللون "

B " الحصول على كرتين من لونين مختلفين "

C " الحصول على كرتين جداء رقميهما زوجي "

② ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل السحبة الرقم المعرف كما يلي :

• إذا سحبنا كرتين تحملان نفس الرقم نرفق لها الرقم نفسه ، إذا سحبنا كرتين تحملان رقمين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) احسب الأمل الرياضي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر في $\mathbb{Q}^2$ المعادلة الآتية : (E) $11x - 5y = 2$

1 أ - تحقق أن الثنائية (2,4) من $\mathbb{Q}^2$ حلا للمعادلة (E).

ب - استنتج حلول المعادلة (E)

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضع $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$

أ - عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب - عين الثنائيات (a,b) بحيث يكون $PGCD(a,b) = 2$.

ج - استنتج الثنائيات (a,b) بحيث يكون العددا a و b أوليان فيما بينهما .

3 أ - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10.

ب - استنتج رقم آحاد العدد 7^{2014} .

ج - عين الثنائيات $(x; y)$ من $N^* \times N^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) و تحقق $7^{y-2x} \equiv 9[10]$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = -\frac{1}{x+1} + \ln(1+x)$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (الشكل اسفله).

1 بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0, 7; 0, 8[$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة $]-1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = 1 - x + x \ln(1+x)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا.

- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي من المجال $]-1; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$.

ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f .

3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) اثبت ان : $f(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ، استنتج حصارا لـ $f(\alpha)$ ثم انشئ (Δ) و (C_f) .

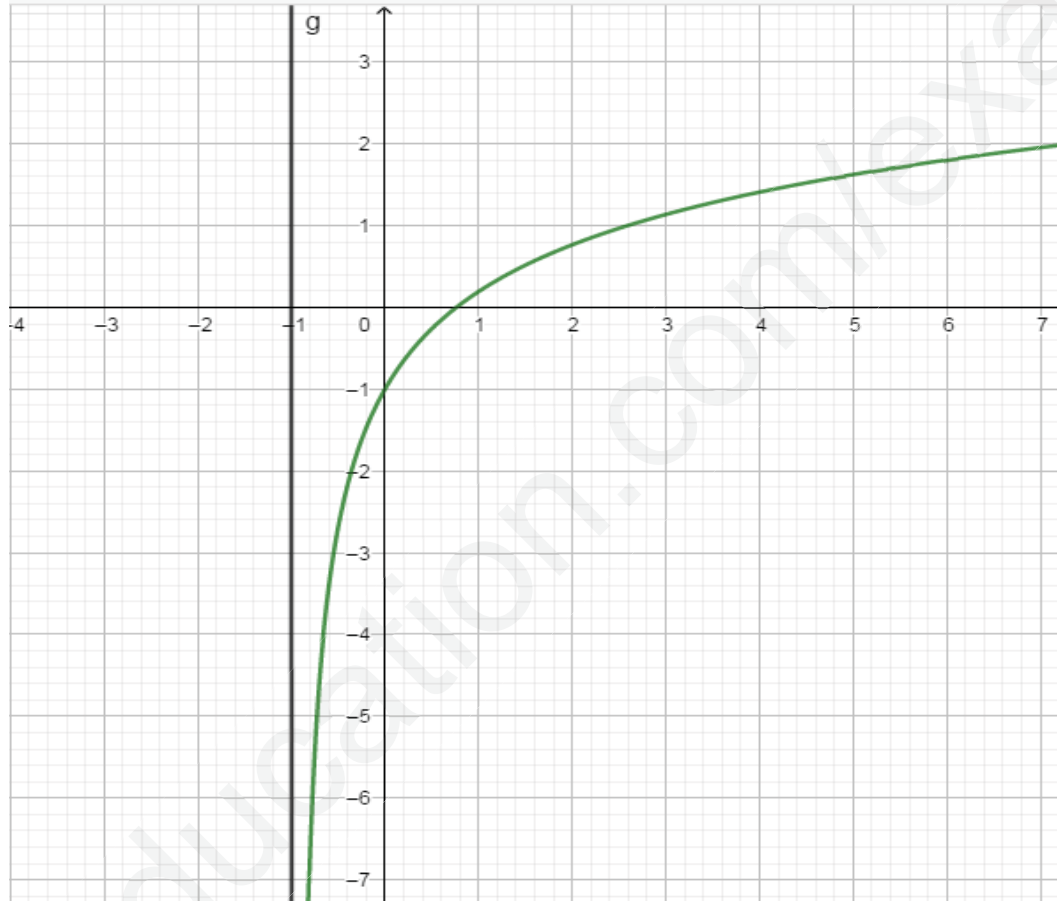
5) ناقش بياناً حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $1 + x \ln(1+x) - m = 0$

III. h دالة معرفة بـ : $h(x) = f(-|x|)$

و (C_h) تمثيلها البياني .

أ) بين أن الدالة h زوجية .

ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .



ووفقكم الله