

التمرين الأول: (05 ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$.

1. احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ثم استنتج أنها متقاربة معينا نهايتها.

3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n^2 - 1$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب. ب. أكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ثم احسب $\lim u_n$.

ج. احسب بدلالة n كل من المجاميع التالية: $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2$.

$T_n = v_0 + 2v_1 + 2^2v_2 + \dots + 2^n v_n$ و $L_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \ln(v_2) + \dots + \ln(v_n)$.

التمرين الثاني: (05 ن)

يحتوي صندوق على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء، كل الكرات متماثلة لا نفرق بينها بالمس.

1. نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائيا وفي ان واحد، احسب احتمال الحوادث التالية:

A: الكرات المسحوبة كلها حمراء.

B: سحب كرة واحدة حمراء.

C: سحب كرة واحدة على الأقل بيضاء.

2. ننزع من الصندوق الكرات البيضاء ونضع مكانها n كرة سوداء حيث $n \geq 2$ ، ثم نقوم بسحب كرتين على التوالي ودون إرجاع.

نعتبر اللعبة التالية: سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة و سحب كرة سوداء يساوي (+5) نقطة.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها.

أ. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب. احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X ، ثم عين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة.

ج. كيف نختار عدد الكرات السوداء حتى تكون اللعبة مريحة؟.

التمرين الثالث: (04 ن)

1. (I) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بقاى القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10 ثم استنتج باقى القسمة الاقليدية للعدد A_n على 10 حيث:
- $$A_n = 1993^{16n+6} - 2 \times 1439^{2n+3} + 2018$$
2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $[10] (3n+1) 3^{2n} \equiv 2017^{2n+1} + 1439^n + (3n+4)$ ثم استنتج قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $2017^{2n+1} + 1439^n + (3n+4)$ مضاعف للعدد 10.
3. N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha 0 \alpha \alpha 02}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\overline{\beta 612}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7.
- أوجد العددين α و β ثم اكتب N في النظام العشري.
1. (II) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z^2 + 4)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$.
2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ النقط A, B, C, D لواحقها على الترتيب $z_A = \sqrt{3} + i$, $z_D = \overline{z_C}$ و $z_C = -2i$, $z_B = \overline{z_A}$.
- أ. أكتب الأعداد z_A, z_B, z_C و z_D على الشكل المثلثي.
- ب. أثبت أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
3. عين مجموعة النقط M ذات العلاقة z التي تحقق العلاقة: $|\overline{z} - z_C| = |z_D - z_C|$.

التمرين الرابع: (06 ن)

- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = (x^2 + x + 2)e^{-x}$, (Cf) منحناها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
1. أ. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- ب. اكتب معادلة المماس (Δ) لـ (Cf) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- ج. بين أن المعادلة $f(x) = 3$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1; 0]$ ثم اعط حصارا للعدد α بتقريب 10^{-2} .
2. بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.
3. أنشئ (Δ) و (C_f) .
4. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = [f(x)]^2$.
- أ. بين أن الدالة g هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.
- ب. استنتج جدول تغيرات الدالة g انطلاقا من جدول تغيرات الدالة f .
5. m وسيط حقيقي، لنعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f_m(x) = (x^2 + mx + 2)e^{-x}$.
- عين قيم m حتى تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين محليتين.