



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مؤسسة التربية والتعليم الخاصة سليم

ETABLISSEMENT PRIVE D'EDUCATION ET D'ENSEIGNEMENT SALIM

www.ets-salim.com 021 87 10 51 021 87 16 89 Hai Galloul - bordj el-bahri alger

إعتماد رقم 67 بتاريخ 06 سبتمبر 2010

رخصة فتح رقم 1088 بتاريخ 30 جانفي 2011

خضيري- ابتدائي- متوسط - ثانوي

مارس 2019

المستوى: الثالثة ثانوي (علوم تجريبية) 3ASS

المدة: 03 سا 00

امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z - 2i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$.
- (2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C و D ذات الإحداثيات $Z_A = \sqrt{3} - i$ ؛ $Z_B = \sqrt{3} + i$ ؛ $Z_C = 2i$ و $Z_D = -\sqrt{3} - i$ على الترتيب.
- أ - تحقق أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
- ب - علم بدقة النقط A, B, C و D .
- ج - اكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الأسّي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
- (3) لتكن النقطة G مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات $1, -1, 2$ على الترتيب.
- أ - عين إحداثيي النقطة G .
- ب - عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 8$

التمرين الثاني (4ن):

- (1) (V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما و المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث : $V_1 - V_3 = \frac{7}{16}$ و
- $$V_1 V_2 V_3 = \frac{27}{64}$$
- أ - احسب V_2 و الأساس q لمتتالية (V_n)
- ب - اكتب V_n بدلالة n
- نعتبر المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$ و $u_0 = -\frac{2}{3}$
- أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$.
- ب - أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .
- (2) لتكن (W_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $W_n = u_n - v_n$.

أ- اثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $W_n > -2$

ب- استنتج عبارة U_n بدلالة n ثم احسب نهايتها

ج- احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$

التمرين الثالث (4ن) :

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 1 1 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1 1 2 2

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من نفس الكيس

(1) احسب احتمال الحوادث الآتية:

A: الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون

B: الحصول على ثلاث كرات من نفس الرقم

C : الحصول على ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثلي مثلي

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة تحمل الرقم 1

(ا) عين قانون احتمال المتغير العشوائي

(ب) احسب الأمل الرياضي $E(X)$ و الانحراف المعياري

التمرين الرابع (8ن) :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم

متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

(1) أحسب نهايات الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.35 < \alpha < 0.36$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

(3) بين أن $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$ ثم عين حصر $f(\alpha)$

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي

(C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

(6) ارسم المنحنى (C_f) و (Δ) و (T) .

(7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x التالية :

$$E(x) : 2x + (x^2 + 2)e^{-x} - 1 - 2m = 0$$

التصحيح النموذجي :

التمرين الاول: (4ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z - 2i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$.

$$Z_C = 2i \quad ; \quad Z_B = \sqrt{3} + i \quad ; \quad Z_A = \sqrt{3} - i$$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C و D ذات اللاحقات

$$Z_A = \sqrt{3} - i \quad ; \quad Z_B = \sqrt{3} + i \quad ; \quad Z_C = 2i \quad \text{و} \quad Z_D = -\sqrt{3} - i \quad \text{على الترتيب.}$$

أ - تحقق أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

$$OA = OB = OC = OD = r$$

ب - علم بدقة النقط A, B, C و D .

ج-اكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الأسّي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

$$\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = 1e^{-\frac{4\pi i}{3}}$$

3) لتكن النقطة G مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات $1, -1, 2$ على الترتيب.

أ- عين احداثي النقطة G .

$$G(0,1)$$

ب (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي $MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 8$

هي الدائرة التي مركزها G ونصف قطرها r يطلب تعيينه

التمرين الثاني (4ن)

4) (V_n) المتتالية الهندسية الموجبة تماما و المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث : $V_1 - V_3 = \frac{7}{16}$ و

$$V_1 V_2 V_3 = \frac{27}{64}$$

أ- احسب V_2 و الاساس q لمتتالية (V_n)

$$q = \frac{25}{4} \quad \text{و} \quad V_2 = \frac{3}{4}$$

ب-اكتب V_n بدلالة n

$$V_n = \frac{12}{625} \left(\frac{25}{4} \right)^n$$

(5) نعتبر المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0 = -\frac{2}{3}$ و $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$.

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

(6) لتكن (W_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $W_n = u_n - v_n$.

أ- اثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $W_n = -2$.

ب- استنتج عبارة U_n بدلالة n ثم احسب نهايتها

ج- احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$

التمرين الثاني:

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الارقام 0 1 1 2 و أربع كرات حمراء تحمل الارقام 1 1 2 2
نسحب عشوائيا و في ان واحد ثلاث كرات من نفس الكيس

$$P(\Omega) = C_8^3 = 56$$

$$P(A) = \frac{C_4^3 + C_4^3}{56} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$$

$$P(B) = \frac{C_4^3 + C_3^3}{56} = \frac{5}{56}$$

(4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة تحمل الرقم 1
قانون احتمال المتغير العشوائي

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

احسب الامل الرياضي $E(x)$

$$E(x) = 1.5$$

التمرين الرابع: (8ن)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم

متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

دراسة دالة مساعدة :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

حي قعلول سبرج البحري- الجزائر

(8) أحسب نهايات الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$$

(9) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

$$g(x) = (x^2 - 4x + 4)e^{-x}$$

(10) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.35 < \alpha < 0.36$

(7) اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ موجبة على المجال $]-\infty, \alpha]$

سالبة على المجال $[\alpha, +\infty[$

دراسة الدالة f :

(5) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(6) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

$$f'(x) = g(x)$$

(7) $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$ ثم عين حصر ل $f(\alpha)$

(11) بين ان المستقيم $y = x - 1$ (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي ل (C_f)

بالنسبة الى المستقيم (Δ)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - y = 0$$

(12) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0.

(13) ارسم المنحنى (C_f) و (Δ) و (T) .

(14) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة دات المجهول x التالية :

$$E(x) : 2x + (x^2 + 2)e^{-x} - 1 - 2m = 0$$