ثانـــــــــوية	
المستوى: $\overline{11}^{2}$ ريـــــاضـــــي	**يـــوم:** الإثنين $\overline{11}^{3}$ مـــــارس $\overline{3743}^{8}$
المـــــدة : $\overline{1210}^{5}$ دقيـــقـــة	**اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات**

التمرين الأول: (04 نقاط)

1. أدرس حسب قيم n الطبيعية بواقي قسمة العدد 3^n على 10
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2013^{16n+2} - 2\times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0[10]$
3. عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7\times 3^{n+1} - 1 \equiv 0[10]$ و $10 \prec n \leq 25$
4. ليكن العدد A مكتوب $\overline{xx02102}$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب $\overline{y67y}$ في النظام ذي الأساس 9
   أ) عيّن x و y
   ب) أكتب A في النظام العشري
   جـ) أكتب A في النظام ذي الأساس 7

التمرين الثاني: (04 نقاط)

u_1 صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين و u_2 صندوق اخر يحتوي على كرتين حمراوين و ثلاث خضراء (الكرات لا نميز بينها عند اللمس)

نقوم بسحب كرة عشوائيا من الصندوق u_1 و نضعها في الصندوق u_2 ثم نسحب عشوائيا من الصندوق u_2 كرتين في آن واحد

نرمز بـ R_1 للحادثة " سحب كرة حمراء من u_1 " و بـ A للحادثة " سحب كرتين حمراوين من u_2 "

1. أحسب $P(R_1)$ و $P(R_1 \cap A)$.
2. تحقق أن : $P(A) = \frac{11}{75}$. هل الحادثتان A و R_1 مستقلتان ؟
3. علما أن الكرتين المسحوبتين من u_2 حمراوان . ما احتمال أن الكرة المسحوبة من u_1 كانت حمراء ؟
4. n عدد طبيعي غير معدوم , نضيف n كرة حمراء إلى الصندوق u_1 ونعيد التجربة العشوائية السابقة .

يربح لاعب 5 دينار عند كل سحب لكرة خضراء من u_2 و يخسر 10 دينار عند كل سحب لكرة حمراء من u_2 .
نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب .

أ) بين أن : $P(X=-5) = \frac{9n+43}{15(n+5)}$.

ب) أعط بدلالة n قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C : $\left(z-\sqrt{3}\right)\left(z^2-\sqrt{3}\,z+1\right)=0$.
2. أكتب حلي المعادلة على الشكل المثلثي .
3. المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، لتكن A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب:

$z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ ، $z_B = \sqrt{3}$ ، $z_C = \overline{z}_A$.

4. أثبت أن $z_A^{1962} + z_C^{2016} = 0$ ثم عين قيم العد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب

5. أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

6. أ) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-z_A}{z-z_C}$ تخيليا صرفا ؛ ($z \neq z_C$)

ب) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $Z = Z_A + 2e^{i\theta}$ ، $\theta \in R$

التمرين الرابع:(08 ن)

I) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ مع $\|\vec{i}\| = 2cm$

1. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ أن: $\frac{1}{e^{-x}+1} = 1 - \frac{2}{e^x+1}$

ب) استنتج أن الدالة f فردية ،ثم أحسب النهايتين $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ أن: $f'(x) = \frac{-1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

جـ) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ أن: $1 - \frac{2}{e^x+1} \leq \frac{1}{2}x$

3. أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x) - 1 + \frac{1}{2}x\right]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعين معادلته

4. أرسم المستقيم (d) ذو المعادلته $y = 1 - \frac{1}{2}x$ و المستقيم (Δ) ثم أنشئ المنحنى (C_f)

II) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n}+1}$$

1. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_n \succ 0$.
2. أ) تحقق باستعمال نتيجة السؤال 2**جـ**) أن: $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$ (من أجل كل عدد طبيعي)

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة ، ,ماذا يمكن القول عن تقاربها ؟

3. بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$, أحسب $\lim_{x\to+\infty} u_n$