

متقن حاسي القارة .

مارس 2019.

المستوى: 3 تقني ر.

المدة : 3 ساعات.

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقاط) :

أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.

ب-ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث: $A_n = 3^{16n+6} - 2 \times 109^{2n+3} - 13$ ؟

2)- أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n + 4) \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n + 4) \pmod{10}$

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n + 4) \times 9^n + 7^{2n+1}$ مضاعف للعدد 10.

3)- A عدد طبيعي يكتب $\overline{xx0xx01}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب $\overline{y611}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7. أوجد x و y ثم أكتب A في النظام العشري .

4) يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد.

أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 1441.

ب- X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

عرف قانون احتمال X ثم أحسب أمله الرياضي.

التمرين الثاني (05 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

و (C) تمثيلها البياني المعطى.

1)- أدرس اتجاه تغيرات الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$.

ب) استنتج أنه اذا كان $x \in [1; 2]$ فان $f(x) \in [1; 2]$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2$.

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود

u_0 و u_1 و u_2 مبرزا خطوط التمثيل. ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات (u_n) وتقاربها.

(3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي : $1 < u_n \leq 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

(4) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n - 1 \leq \frac{1}{3^n}$.

ج) نضع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فان : $n < S_n \leq n + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$.

ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 128$

(2) أ) بين أن $P(z)$ يكتب على الشكل $P(z) = (z - 8)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$ حيث

α, β, γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z) = 0$.

(3) نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$; النقاط $A; B; C$

لواحقها على الترتيب : $z_C = 8$, $z_B = 2 + 2\sqrt{3}i$, $z_A = 2 - 2\sqrt{3}i$

أ) أحسب الطويلة وعمدة للعدد المركب z_A . ثم علّم النقاط A, B, C .

ب) أحسب $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ ثم عين الطويلة وعمدة لـ Z ; واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ج) عين إحداثي النقطة D مرجح الجملة $\{(A, |z_A|); (B, |z_B|); (C, |z_C|)\}$.

ج) عين مجموعة النقاط E للنقط M من المستوي بحيث :

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$$

التمرين الرابع (06 نقاط):

(1) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$

(1) أحسب نهايات الدالة g عند 0 و $+\infty$.

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 1 و 2.

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2+x}$; (C) هو المنحني الممثل للدالة

في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة: 2cm على (xx') و 4cm على (yy')).
 f

(1) أحسب نهايات الدالة f عند 0 و $+\infty$.

(2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ب: $f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} \times g(x)$

(3) استنتج إشارة $f'(x)$; ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) بين أن : $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$; ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(5) أرسم المنحني (C) .

(6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

صمم على بلوغ الهدف فيما أن تنجح أو إما أن تنجح