

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة بحددها الأول  $u_0 = \frac{1}{5}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$ .

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن :  $0 < u_n < \frac{1}{2}$ .
2. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n + 1}$  ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  .  
ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها .

3. لتكن المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كمايلي :  $v_n = \frac{5^n u_n}{2u_n - 1}$  .  
أ - بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 10 يطلب حساب حددها الأول .  
ب . أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أن  $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$  ، أحسب نهاية  $(u_n)$  .

أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  :  $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثاني (4 نقاط) :

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  :  $(z - \sqrt{3})(z^2 - \sqrt{3}z + 1) = 0$  .  
المستوي المركب منسوب إلى معلم  $(\vec{0} ; \vec{i} ; \vec{j})$  ، لتكن  $A$  ،  $B$  و  $C$  نقط لواحقها على الترتيب :

$$z_C = \bar{z}_A \quad , \quad z_B = \sqrt{3} \quad , \quad z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

2. أثبت أن  $z_A^{1962} + z_C^{2016} = 0$  ثم عين قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون  $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$

حقيقي موجب

3. أكتب العدد المركب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .
4. عين مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث يكون  $\frac{z - z_A}{z - z_C}$  تخيليا صرفا : )

$$z \neq z_C$$

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كرات لا نميز بينها عند اللمس منها: 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام: 0, 1, 1, 2. و 4 كرات حمراء تحمل الأرقام: 1, 1, 2, 2.

(1) نسحب ثلاث كرات في آن واحد من هذا الكيس.

❖ أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم " . B : " الكرات المسحوبة من نفس اللون " .

C : " الكرات المسحوبة أقاربها مختلفة مثنى مثنى " .

(2)  $X$  هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقم 1.

❖ أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  ، ثم أحسب أمله الرياضي.

❖ أحسب التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي  $X$  .

### التمرين الرابع: 07 نقاط:

1. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

$(C_f)$  التمثيل البياني لدالة  $f$  في معلم متعامد متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أ. أحسب نهايتي  $f$  عند  $+\infty$  و 0

ب. أحسب  $f'(x)$  حيث  $f'$  الدالة المشتقة لدالة  $f$

ت. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

2. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ :  $g(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$

$(C_g)$  التمثيل البياني لدالة  $g$  في معلم متعامد متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أ. أحسب نهايتي  $f$  عند  $+\infty$  و 0 (لاحظ أن  $\left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2 = \frac{(\ln x)^2}{x}$ )

ب. تحقق من أجل  $x > 0$  أن :  $g'(x) = \frac{\ln x (2 - \ln x)}{x^2}$

ت. استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

3. أ. بين أن المنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  يتقاطعان في نقطتين يطلب تعيينهما

ب. أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$

ج. أرسم المنحنى  $(C_g)$

4. حل في المجال  $]0, +\infty[$  المعادلة  $(\ln x)^2 - 3 \ln x + 1 = 0$

- عين فواصل النقط التي يكون فيها مماس المنحنى  $(C_f)$  يوازي مماس المنحنى  $(C_g)$

بالتوفيق في امتحان شهادة البكالوريا