وزارة التربية الوطنية لولاية عين تموشنت — ثانوية أبي ذر الغفاري حمام بوحجر

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات — يوم 27/02/ 2019

الشعبة : الثالثة رياضيات — المدة : $\overline{20200}^{3}$ دقيقة

التمرين الأول(5 نقط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية للعدد 3^n على 5 .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون العدد $\left(2\times 2019^{2n}+2018^{4n+1}\right)$ قابلا للقسمة على 5 .

3) أ . برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $3n\times 9^n+8^{2n+1}\equiv (n+1)3^{2n+1}[5]$.

ب . عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $3n\times 9^n+8^{2n+1}\equiv 0[5]$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول (x,y) :

$$45x-25y=3^n+49 \quad ....(1)$$

عين قيم العدد الطبيعي n من أجلها المعادلة (1) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.

5) أ) حل في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ هذه المعادلة $45x-25y=3^4+49$.

ب) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha 6}$ في نظام تعداد أساسه 9 و $\overline{1\beta 21}$ في نظام تعداد أساسه 5 .

عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني (5نقط)

المستوى المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر العدد المركب a حيث : $a=\frac{\sqrt{3}+1}{4}+i\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ و النقطة A_0 ذات اللاحقة $z_0=6+6i$.

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نعتبر النقطة A_n ذات اللاحقة z_n حبث $z_n=a^n\cdot z_0$.

1) أكتب كلا من z_1 و a^2 على الشكل الجبري .

2) أكتب z_1 على الشكل الأسي ، بين أن : $a^2=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$ إستنتج الشكل الأسي للعدد المركب a

3) إستنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos(\frac{\pi}{12})$ و $\sin(\frac{\pi}{12})$

4) عبر عن z_3 و z_7 بدلالة z_1 و a^2 ثم إستنتج الشكل الأسي لكل من z_3 و z_7.

5) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين من أجل كل عدد طبيعي n ، بـ : $u_n=|z_n|$ و $v_n=\arg(z_n)$

6) بين أن المتتالية (u_n) هندسية و المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعين أساس وحساب الحد الأول لكل منهما .

7) عين نهاية المتتالية (u_n) ثم فسر هندسيا النتيجة

8) عين قيم الأعداد الطبيعية إن وجدت بحيث تكون النقط O ، A_0 و A_n في إستقامية

التمرين الثالث(5نقط)

يحتوي كيس على 14كرات مماثلة لا نفرق بينها باللمس ، 6 كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ،1 ،1 ،1 ، 2 ، 2
و 8 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1 ،1 ،1 ،1 ،1 ، 2 ، 2 ، 2
نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين في آن واحد .

1) أحسب إحتمال الحادثتين التاليتين :

A " الكرتان المسحوبتان من نفس اللون "

B " الكرتان المسحوبتان لاتحملان نفس الرقم "

2) إذا كانت الكرتان المسحوبتان تحملان الرقم 1 فما هو الاحتمال أن تكون بيضاوين .

3) أحسب إحتمال الحصول على كرتين تحملان نفس اللون علما أنهما تحملان الرقم.

4) نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المحصل عليها

1) عين قانون الأحتمال للمتغير العشوائي X ، أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

2) أحسب إحتمال الحادثة C "$e^X \leq 4$"

التمرين الرابع(5نقط)

I. نعتبر الدالة f العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{x-\ln x} \quad x\in]0\ ,\ +\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

2) أدرس تغيرات الدالة f ثم إستنتج أنه إدا كان $x\in[\,0,1]$ فإن $f(x)\in[\,0,1]$.

3) أكتب معادلة (T)مماس (C_f)في النقطة ذات الفاصلة 1.

4) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0\ ,\ +\infty[$ ، $f(x)<x$ (يمكن دراسة تغيرات $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$).

5) أرسم (T) و (C_f).

II. (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=\dfrac{1}{2}$ و العلاقة التراجعية $u_{n+1}=f(u_n)$

1) ضع على حامل محور الفواصل و دون الحساب الحدود الثلاث الأولى للمتتالية (u_n) مبرزا خطوط العمل

2) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\leq u_n \leq 1$.

3) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم برر تقارب (u_n).