

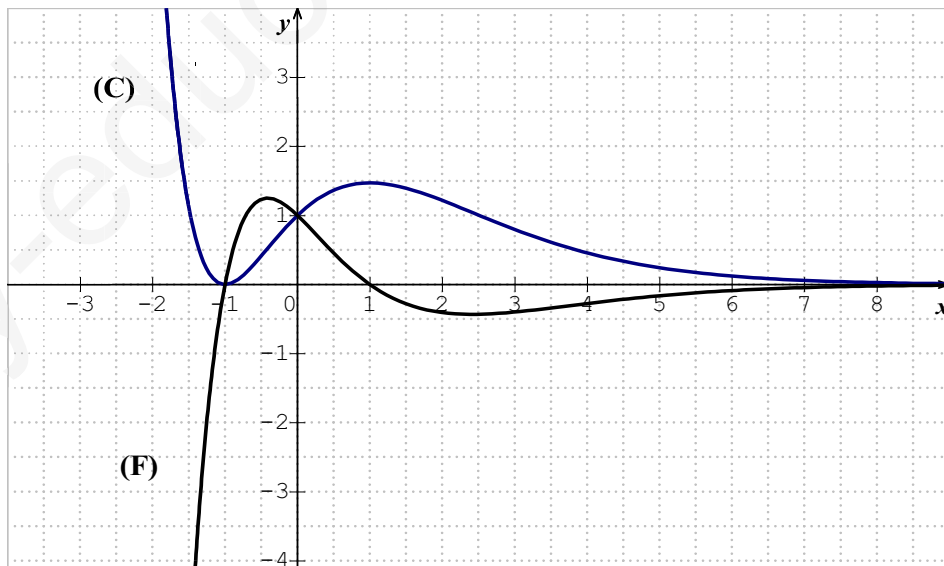
التمرين الأول: (05 نقطة)

- (1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.
 ب- ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث: $A_n = 3^{16n+6} - 2 \times 109^{2n+3} - 13$ ؟
 (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4) \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n} (3n+1) [10]$.
 ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n+4) \times 9^n + 7^{2n+1}$ مضاعفا للعدد 10.
 (3) A عدد طبيعي يكتب $xx0xx01^3$ و يكتب $y611^7$. جد x و y ثم أكتب A في النظام العشري.

التمرين الثاني : (9 نقاط)

(I) نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم، المنحنيين (C) و (F) الممثلين لدالتين معرفتين و قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$.
 اعتمادا على الشكل أدناه ، الذي يعطي التمثيلين البيانيين للدالتين g و g' ، أجب على السؤالين التاليين :
 أرفق بكل من الدالتين g و g' بتمثيلها البياني .

- (1) برر الإجابة بتشكيل جدول يتضمن على المجال $\left[-\frac{3}{2}; 5\right]$. إشارة $g'(x)$ و تغيرات g .



- (2) ما هو معامل توجيه المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ؟

أقلب الورقة

(II) نعتبر المعادلتين التفاضليتين : $y' + y = 2(x+1)e^{-x} \dots (E)$ و $y' + y = 0 \dots (E')$

- (1) بين أن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ هي حل للمعادلة (E) .
- (2) حل المعادلة (E') .
- (3) بين أن : تكون الدالة u حلا للمعادلة (E') إذا و فقط إذا كانت الدالة : $g + u$ حلا للمعادلة (E)
- (4) استنتج عبارة الحلول f للمعادلة (E) .

(III) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$.
نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الرسم 2 cm

- (1) عين نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
 - (2) عين الدالة المشتقة f' للدالة f و إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - (3) عين معادلة $-(T)$ المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1
 - (4) أرسم المماس (T) ثم المنحنى (C_f) .
 - (5) بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل على $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α .
- جد النتيجة بيانيا و أعط قيمة مقربة إلى $0,1$ للعدد α .

التمرين الثالث : (06 نقاط) :

(u_n) و (v_n) المتتاليتان المعرفتان من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي :

$$v_n = \frac{1}{1+n^2} + \frac{2}{2+n^2} + \dots + \frac{n}{n+n^2} \quad \text{و} \quad u_n = \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{2}{1+\sqrt{2n}} + \dots + \frac{n}{1+n}$$

1/1 برهن انه من اجل كل عددين طبيعيين غير معدومين n و k حيث $1 \leq k \leq n$:

$$\frac{1}{1+\sqrt{kn}} \geq \frac{1}{n+1} \quad \text{ثم استنتج ان : } u_n \geq \frac{1}{2}n$$

ب) جد نهاية المتتالية (u_n)

2/1 برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n ($n \neq 0$) : $\frac{1}{2} \leq V_n \leq \frac{n(n+1)}{2(n^2+1)}$

ب) استنتج أن (v_n) متتالية متقاربة.

بالتوفيق

$(u_n), (v_n), (w_n), (t_n)$ أربع متتاليات عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$t_n = 3u_n + 8v_n; w_n = v_n - u_n; v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}; u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}; v_0 = 12; u_0 = 1$$

1- / برهن بالتراجع أن المتتالية (t_n) ثابتة على $\mathbb{N}$.

2- / بين أن (w_n) متتالية هندسية، ثم اكتب w_n بدلالة n .

3- / تحقق أن (u_n) متزايدة و (v_n) متناقصة.

4- / علما أن (u_n) و (v_n) متقاربتان، أوجد نهاية كل متتالية مما سبق.

5- / ما ذا تستخلص من السؤالين 2 و 4 ؟