

## الامتحان الأول في مادة الرياضيات

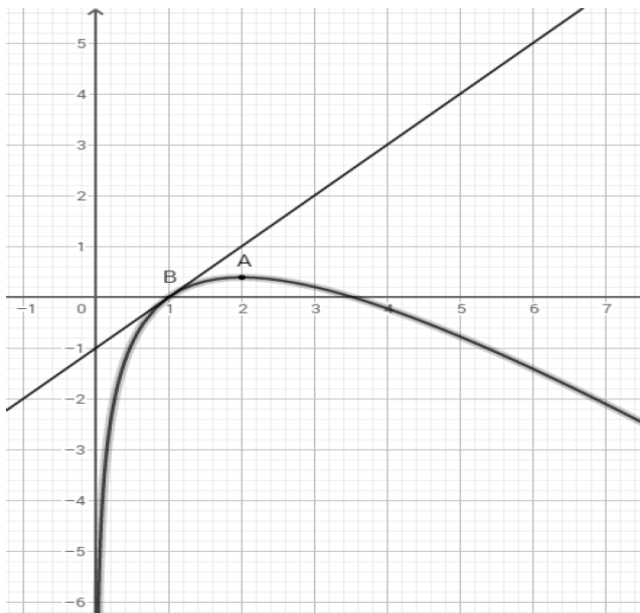
المدة : 3 ساعات

المستوى : 3 تقنية رياضيات

التمرين الأول : 07 نقاط  
الجزء الأول :

لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = ax + b + c \ln x$  حيث  $a; b; c$  أعداد حقيقية  
الشكل المقابل هو  $(C_g)$  التمثيل البياني للدالة  $g$  و  $(\Delta)$  المماس عند النقطة  $B$ . المماس عند  $A$  يوازي محور الفواصل

بقراءة بيانية :

(1) عين نهايات الدالة  $g$  عند أطراف مجموعة تعريفها(2) عين  $g'(2)$  و بين أن  $g'(1) = 1$ (3) شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ (4) عين معادلة للمماس  $(\Delta)$ (5) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما  $\alpha$ حيث :  $3 < \alpha < 4$  . يطلب تعيين الحل الآخر(6) عين إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$ (7) باستعمال المعطيات السابقة بين أن :  $g(x) = -x + 1 + 2 \ln x$ (8) أدرس تغيرات الدالة  $g$  على المجال :  $]0; +\infty[$  (ثم تأكد من جواب السؤال 3)• نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على المجال :  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $h(x) = [g(x)]^2$ (1) أحسب  $h'(x)$  بدلالة  $g(x)$  و  $g'(x)$  ثم استنتج إشارة  $h'(x)$  و شكل جدول تغيرات الدالة  $h$ 

## الجزء الثاني :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 2x \ln x \\ f(0) = 0 \end{cases}$  و ليكن  $(C_f)$  هو تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$ . ثم فسر النتيجة بيانيا.
- (2) أحسب:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ . ماذا تستنتج بالنسبة لقابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند 0 ؟ فسر بيانيا
- (3) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = -g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$
- (4) تحقق أن:  $f(\alpha) = -\frac{1}{2}\alpha^2 + 2\alpha$
- (5) بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها
- (6) أنشئ المنحني  $(C_f)$  في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ( نأخذ  $\alpha = 3,5$  )
- (7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $x^2 + 2x = 4x \ln x + 2 \ln m$

## التمرين الثاني: 05 نقاط

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $\begin{cases} f(x) = \frac{x e^x}{e^x - 1} ; x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$  و ليكن  $(C_f)$  هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب نهايتي الدالة  $f$  ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2)

أ) أثبت أن:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - 1} = 1$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند 0 و فسر النتيجة بيانيا

(3)

أ) برهن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $e^x \geq x + 1$

ب) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :  $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{(e^x - 1)^2}$  حيث  $g$  دالة يطلب تعيينها

ج) بين أن الدالة  $f$  متزايدة على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها

(4)

أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$

(5) أرسم كلا من المستقيم  $(\Delta)$  و المنحني  $(C_f)$

## التمرين الثالث: 05 نقاط

$(u_n)$  متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول  $u_1$  و أساسها  $q$  حيث:  $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \end{cases}$

(1) أحسب  $u_2$  و الأساس  $q$  لهذه المتتالية و استنتج الحد الأول:  $u_1$

(2) أكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$

(3) أحسب المجموع  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$  بدلالة  $n$

$(v_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  كما يلي:  $v_1 = 2$  و  $v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n$  . أحسب  $v_2$  و  $v_3$

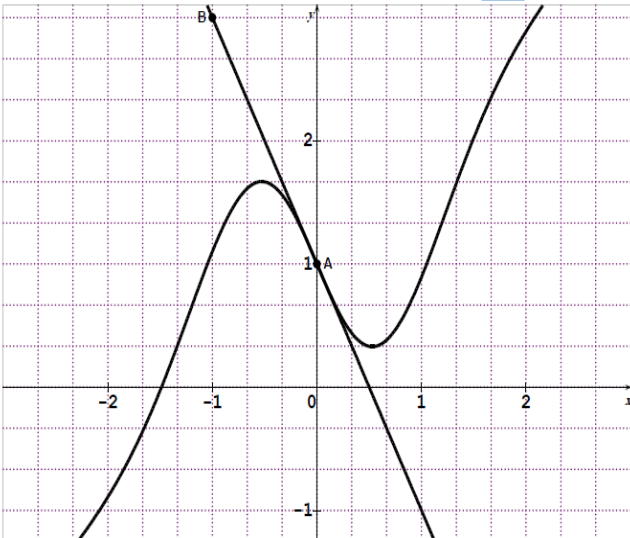
(2) نضع من أجل كل  $n \in \mathbb{N}^*$ :  $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$

(1) بين أن متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$

(2) أكتب  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $v_n$  بدلالة  $n$

## التمرين الرابع: 03 نقاط

في معلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقطتين  $A(0,1)$  و  $B(-1,3)$  . المنحني  $(C)$  المقابل هو التمثيل البياني للدالة  $f$  القابلة للاشتقاق و المعرفة على  $\mathbb{R}$  :-



$a \in \mathbb{R}$  حيث:  $f(x) = x + 1 + axe^{-x^2}$

(1)

أ) بين أن المنحني  $(C)$  يشمل النقطة  $A$

ب) عين معامل توجيه المستقيم  $(AB)$

ج) أحسب  $f'(x)$

د) عين العدد الحقيقي  $a$  بحيث يكون المستقيم  $(AB)$

مماسا لـ  $(C)$  في  $A$

(2) نضع:  $a = -3$

أ) بين أنه من أجل كل  $x \in ]-1; 0]$  :  $f(x) > 0$  و أنه من أجل كل  $x \in ]-\infty; -1]$  :  $f'(x) > 0$

ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $c \in \left[-\frac{3}{2}; -1\right]$  حيث:  $f(c) = 0$  و تحقق أن:  $c < -\frac{3}{2} + 2 \times 10^{-2}$