

موضوع امتحان مراجعة للفصل الأول

المدة: 3 ساعات

الشعب: علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

من إعداد لغوب نسيم

التمرين الأول:

- 1) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - x + e^{1-2x}$
- (أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .
- (ب) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) \geq 0$.
- 2) لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 1 + xe^{2-x}$ (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{2-x} = 0$ ثم أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .
- 3) ليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ ،
- بين أن (Δ) مستقيم مقارب مائل و أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى (Δ) .
- 4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{2-x} \cdot g(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .
- 5) ليكن α عدد حقيقي حيث: $0,1 < \alpha < 0,2$ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ثم استنتج حلول المترابحة $e^{2-x} \geq \frac{1-\alpha}{\alpha}$.
- 6) (أ) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب كتابة معادلة المماس (T) عندها .
- (ب) أنشئ (C) و (Δ) و (T) .
- 7) ناقش حسب قيم الوسيط m حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

التمرين الثاني:

من أجل كل عدد طبيعي n , نعرف المتتاليتين (u_n) و (v_n) كما يلي:

$$\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{3v_n + 1}{4} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{4} \end{cases}$$

- (1) أحسب الحدود u_1, u_2, u_3 ثم v_1, v_2, v_3 .
- (2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- أرسم المستقيمين (D) و (Δ) معادلتهما على الترتيب:

$$y = x \text{ و } y = \frac{3x + 1}{4}$$

- باستعمال المستقيمين (D) و (Δ) علم على محور الفواصل النقط $A_1 ; A_2$ و A_3 التي فواصلها على الترتيب u_1, u_2, u_3 وكذلك النقط $B_1 ; B_2$ و B_3 التي فواصلها على الترتيب v_1, v_2, v_3 .
- (3) نعتبر المتتالية (S_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $S_n = u_n + v_n$.
(أ) أحسب S_0, S_1, S_2 و S_3 ثم ضع تخمينا بخصوص المتتالية (S_n) .
(ب) برهن بالتراجع أن المتتالية (S_n) ثابتة.
- (4) لتكن المتتالية $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي $d_n = v_n - u_n$.
(أ) أثبت أن المتتالية (d_n) هندسية ثم أكتب عبارة d_n بدلالة n .
- (5) باستعمال الإجابتين على (3) و (4) استنتج كل من u_n و v_n بدلالة n .
- (6) بين أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتان وحدد نهايتهما.

التمرين الثالث: (خاص بشعبتي الرياضيات و تقني رياضي)

(الجزء الأول ليس له علاقة بالجزء الثاني)

الجزء الأول:

نعتبر في $\mathbb{Z}$ المعادلة : $(E) \quad 324x - 245y = 7 \dots$

1. باستعمال خوارزمية إقليدس عيّن حلا خاصا للمعادلة (E) ، ثم حل في $\mathbb{Z}$ هذه المعادلة

2. بيّن أنّه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (E) ، فإنّ : $x \equiv 0[7]$

3. نضع : $PGCD(x, y) = d$

أ. بيّن أنّ القيم الممكنة للعدد d هي 1 و 7

ب. عيّن كل الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E) بحيث $PGCD(x, y) = 7$.

الجزء الثاني:

a, b, n أعداد طبيعية غير معدومة حيث : $a = 2n^3 + 5n^2 + 4n + 1$; $b = 2n^2 + n$

1. بيّن أنّ العدد $(2n + 1)$ قاسم مشترك للعددين a و b

2. باستعمال مبرهنة بيزو بيّن أنّ $PGCD(n, n + 1) = 1$ و $PGCD[n, (n + 1)^2] = 1$

3. استنتج $PGCD(a, b)$