

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04ن)

لكل سؤال من بين الأسئلة التالية إجابة واحدة صحيحة يطلب تعيينها معللا اختيارك .

(1) الحلول على R للمعادلة التفاضلية : $y' = (\ln 1962)y + 3\ln(654\sqrt{2187})$ هي الدوال f حيث:

(أ) $f(x) = c1962^x + 3$ (ب) $f(x) = c1962^x - 3$ (ج) $f(x) = c1962^x - \ln 3$

(2) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+2019} - 45}{x^2 - 36}$ هي: (أ) $\frac{1}{36}$. (ب) $\frac{1}{12}$. (ج) $\frac{1}{1080}$

(3) مجموعة حلول المعادلة : $e^{2x} - 1955e^x + 1954 = 0$ في R هي :

(أ) $\{0; \ln 1954\}$. (ب) $\{1; 1954\}$. (ج) $\{1; \ln 1954\}$.

(4) العدد $\ln[e^{3^0} \times e^{3^1} \times e^{3^2} \times \dots \times e^{3^{1439}}]$ مساويا : (أ) $\frac{3^{1439} - 1}{2}$. (ب) $\frac{3^{1440} - 1}{2}$. (ج) $3\ln 1439$.

التمرين الثاني (04ن) :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كمايلي :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3^{n+1}} \end{cases}$$

(1) أحسب u_1 و u_2 .

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\square$ بمايلي : $v_n = 3^n u_n$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية .

ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n وتحقق أن حدود المتتالية (u_n) موجبة .

(3) أ- بين بالتراجع أن من أجل عدد طبيعي n حيث $n \geq 3$ أن $2^n \geq 1 + 2n$

ب- استنتج أن من أجل كل $n \geq 3$: $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$

ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث (06ن)

(I) في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة

g المعرفة على $\square$ ب : $g(x) = (ax+b)e^x + c$

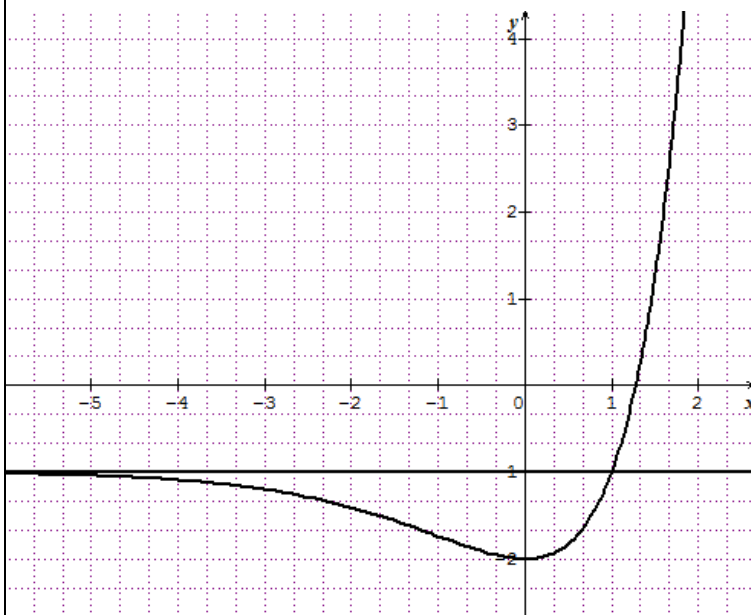
1 - بقراءة بيانية :

(أ) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم استنتج قيمة c

(ب) عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(ج) عين كلا من $g(0)$ و $g'(0)$ ثم استنتج قيمة كل من

a و b



2 - نفرض في ما يلي : $g(x) = (x-1)e^x - 1$

أ- شكل جدول تغيرات الدالة g

ب- بين المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\square$

ثم تحقق أن : $1,2 < \alpha < 1,3$.

ج- استنتج إشارة $g(x)$.

(II) f الدالة المعرفة على $\square$: $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم حدد معادلة للمستقيم المقارب بجوار $+\infty$.

2- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3- أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- بين أن $f(\alpha) = \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5- أرسم المنحنى (C_f) .

6- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = f(m)$.

التمرين الرابع (06ن)

f الدالة المعرفة على : $]-\infty; -2[\cup]-1; +\infty[$: $f(x) = x + 1 + 2 \ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا .

2/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x + 1$ مقارب لـ (C_f) بجوار ∞ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

3/ بين أنه لأجل كل $x \in (C_f)$ و $(-3-x) \in (C_f)$ فإن : $f(-3-x) + f(x) = -1$ ثم قدم تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

4/ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5/ برهن على وجود مماسين لـ (C_f) معامل توجيه كل منهما مساويا $\frac{2}{3}$.

أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m > 0$ وجود وعدد حلول المعادلة ذات المجهول x :

$$2 \ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right) = x+1$$