متقـــــن: بلونار محمد/ بسكـرة — السنة الدراسية:2019/2018

المستـوى:ثالثـــة ثانـــــــوي — الشعبـــة: تقنـــي رياضـي

اختبار الثلاثي الاول في مادة الرياضيات — المـــــــدة:02 ســـاعـــة

التمرين الاول : (08 ن)

g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty\,;\,0[$ بـ : $g(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}-\dfrac{1}{2}$

(C_g):التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، $\left\|\vec{i}\right\|=2\,cm$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{<\\x\to0}}g(x)$ ، ثم استنتج أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty\,;\,0[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3.2<\alpha<-3.1$
4. أنشئ (C_g) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$
5. حل و ناقش ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ، $g(x)=m$

التمرين الثاني : (12 ن)

I. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{\ln(x-1)+x-1}{\ln(x-1)}$

(C_f):التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{>\\x\to2}}f(x)$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]2;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. استنتج انه من اجل كل x من $]2;+\infty[$ فان : $f(x)\geq e+1$
4. أنشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $]2;10[$

II. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الاول $u_0=e^2+1$ ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=f(u_n)$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_n\geq e+1$
2. أ) بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{\left(u_n-1\right)\left(1-\ln\left(u_n-1\right)\right)}{\ln(u_n-1)}$

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية العددية (u_n) .

ج) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

بالتـــوفيـــق

محاور الموضوع	الاجابة النموذجية	العلامة مجزاة	العلامة المجموع
الدوال العددية	**التمرين الاول** :		08
	1. حساب النهايات واستنتاج أن (C_g) يقبل مستقيم مقارب (Δ) مع تعيين معادلة له :	1.5	

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\frac{1}{2} \quad ، \quad \lim_{\substack{x\to 0\\ <}} g(x)=-\frac{1}{2}$$

لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\frac{1}{2}$ ومنه نستنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}$ مقارب أفقي لـ (C_f) عند $-\infty$

2. دراسة اتجاه تغير الدالة g و تشكيل جدول تغيراتها : 2.5

ا) دراسة اتجاه تغير الدالة g

- حساب $g'(x)$: $g'(x)=-\left(\frac{2x+1}{x}\right)\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$

- دراسة إشارة $g'(x)$: لدينا إشارة $g'(x)$ من إشارة المقدار $2x+1$ على $]-\infty;0[$ ومنه نجد :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$g'(x)$	-	0	+ ‖

ب) تشكيل جدول تغيرات الدالة g

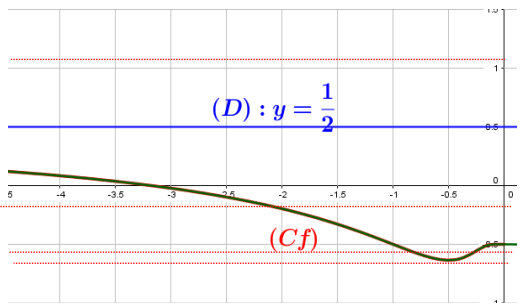
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$g'(x)$		- 0 +	‖
$g(x)$	$\frac{1}{2}$ ↘	$-\frac{2+e^2}{2e^2}$	↗ $-\frac{1}{2}$

3. تبين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α : 1.5

لدينا الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]-3.2;-3.1[$ و $g(-3.2)\times g(-3.1)<0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ، حيث α من $]-3.2;-3.1[$

4. إنشاء (C_g) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$: 1.5



5. المناقشة البيانية ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة، $g(x)=m$: .....

	1	فواصل نقاط تقاطع (C_g) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m$ هي حلول للمعادلة $g(x)=m$	

m	$m<-\frac{2+e^2}{2e^2}$	$m=-\frac{2+e^2}{2e^2}$	$-\frac{2+e^2}{2e^2}<m\le-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$	$m\ge\frac{1}{2}$
المناقشة البيانية	لا يوجد حلول	يوجد حل مضاعف	يوجد حلين	يوجد حل وحيد	يوجد حلين موجبين

الدوال العددية **المتتاليات العددية**	12	**التمرين الثاني** :.....	
		I.	
	1	**1.** حساب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}} f(x)$:.....	
		$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}} f(x)=+\infty$	
	2.5	**2.** دراسة اتجاه تغير الدالة f على $]2;+\infty[$ ، مع تشكيل جدول تغيراتها:.....	
		حساب $f'(x)$: الدالة f قابلة للاشتقاق على $]2;+\infty[$ و : $f'(x)=\dfrac{\ln(x-1)-1}{\ln(x-1)}$	
		دراسة إشارة $f'(x)$:	
		لدينا إشارة $f'(x)$ من إشارة المقدار $\ln(x-1)-1$ على المجال $]2;+\infty[$	
		ومنه نجد :	

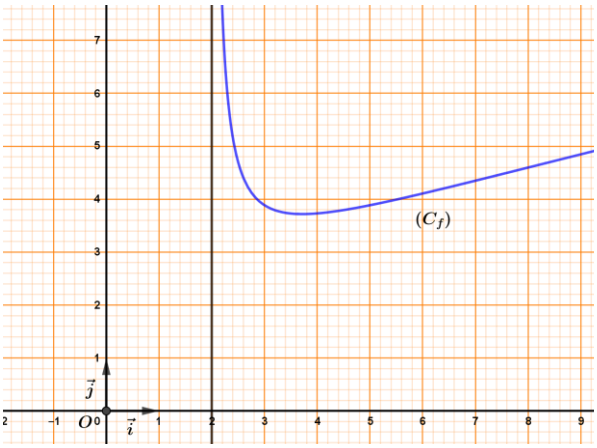
x	0	$e+1$	$+\infty$
$f'(x)$	|| -	0	+

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]2;e+1]$ ، الدالة f متزايدة تماما على المجال $[e+1;+\infty[$

• تشكيل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]2;+\infty[$

x	0	$e+1$	$+\infty$
$f'(x)$	|| -	0	+
$f(x)$	|| $+\infty$ ↘	$e+1$	↗ $+\infty$

	1	**3.** استنتاج انه من اجل كل x من المجال $]2;+\infty[$ فان $f(x)\ge e+1$:.....	
		من جدول تغيرات الدالة f نستنتج ان الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى قيمتها $f(e+1)=e+1$ على المجال $]2;+\infty[$	
		ومنه من اجل كل x من المجال $]2;+\infty[$ فان $f(x)\ge e+1$	
	1.5	**4.** أنشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $]2;10]$:.....	



II.

1. برهان بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $u_n \geq e+1$: 2

المرحلة الاولى : من اجل $n=0$ لدينا $u_0 = e^2+1 > 0$

المرحلة الثانية (الوراثية) : لنتفرض انه من اجل كل عدد طبيعي k حيث $0 \leq k \leq n$ فان $u_k \geq e+1$

وبماان الدالة f متزايدة تماما على المجال $[e+1;+\infty[$ فان $f(u_k) \geq f(e+1) = e+1$

منه نجد ان : $u_{k+1} \geq e+1$

اي من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n \geq e+1$

2. أ) تبيين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{\left(u_n - 1\right)\left(1 - \ln\left(u_n - 1\right)\right)}{\ln\left(u_n - 1\right)}$: 1

ب) استنتاج اتجاه تغير المتتالية العددية $\left(u_n\right)$: 1

لدينا من اجل كل n من $\mathbb{N}$ إشارة $u_{n+1} - u_n$ من إشارة المقدار $1 - \ln\left(u_n - 1\right)$ وبما ان $1 - \ln\left(u_n - 1\right) \leq 0$

فان $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ومنه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ منتاقصة

ج) استنتاج ان المتتالية $\left(u_n\right)$ متقاربة، مع حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$: 2

بما ان المتتالية $\left(u_n\right)$ متناقصة و محدودة من الاسفل فانها متقاربة أي : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ ، $l \in \mathbb{R}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$:

لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ و منه فان : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = l \ldots\ldots (1)$

ولنا : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\ln(u_n - 1) + x - 1}{\ln(u_n - 1)} = \dfrac{\ln(l-1) + l - 1}{\ln(l_n - 1)} \ldots\ldots (2)$

بماان النهاية ان وجدت فهي وحيدة ، اذن بمطابقة (1) مع (2) نجد ان : $\left(l-1\right)\left(1 - \ln\left(l-1\right)\right) = 0$

معناه ان : $l = 1$ او $l = e+1$)

اذن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e+1$