

ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية  
الموسم الدراسي : 2018/2019  
المدة : 3 ساعات

مديرية التربية لولاية بسكرة  
المستوى: الثالثة ثانوي  
الشعبة : العلوم التجريبية

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات  
الموضوع الأول

التمرين الأول: 5 نقاط :

توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التبرير:

| ج                                             | ب                                       | أ                                       |                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0                                             | $-\infty$                               | $+\infty$                               | 1. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{e^x}\right)$ تساوي                            |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ | 2. إذا كانت $f$ دالة تحقق لكل عدد حقيقي $x$ موجب تماما $x \leq f(x) \leq x^2$ و $g$ دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ فإن: |
| $+\infty$                                     | $-f'(1)$                                | $f'(1)$                                 | 3. إذا كانت الدالة $f$ قابلة للاشتقاق عند 1 فإن $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+2h)}{2h}$ تساوي :                                          |
| $IR$                                          | $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right[$     | $\left]-\infty; \frac{2}{3}\right]$     | 4. مجموعة حلول المتراجحة: $e^{-3x+2} \leq 1$ هي                                                                                                     |
| $u(x) = -e^{-2x} + 1$                         | $u(x) = e^{2x} + 1$                     | $u(x) = -e^{-2x} - 1$                   | 5. حل المعادلة التفاضلية $y' = 2y - 2$ والذي يحقق $u(0) = 0$ هو $u$                                                                                 |

### التمرين الثاني: 7 نقاط :

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$  .

حيث  $a$  ؛  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- عين الأعداد الحقيقية  $a$  ؛  $b$  و  $c$  بحيث يقبل  $(C_f)$  عند النقطة  $A(0; -3)$  مماسا

معامل توجيهه 3 و العدد  $\sqrt{3}$  حل للمعادلة  $f(x) = 0$  .

2- نضع  $c = -3$  ,  $b = 0$  ,  $a = 1$

أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها.

3- أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها  $x = 0$  ثم عين

إحداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

4- أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$  .

5-  $m$  وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة

$$x^2 - 3 + me^x = 0$$

### التمرين الثالث: 8 نقاط :

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بـ :  $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x > 0$  ؛  $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  .

2- ادرس إشارة  $g(x)$  . ( لاحظ أن  $g(1) = 0$  )

II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بـ :  $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$  وليكن  $(C)$

منحناها البياني في المستوى السابق .

1- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0, +\infty[$  ؛  $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  
فسر النتيجة هندسيا .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0, +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

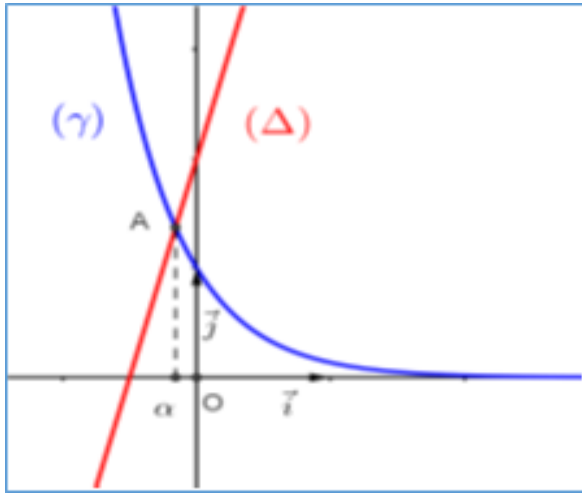
3- أنشئ المنحنى  $(C)$  .

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: 5 نقاط : في كل سؤال يوجد اقتراح واحد صحيح ، المطلوب تعيينه مع التبرير:

| الرقم | السؤال                                                                                     | أ                                                           | ب                                                              | ج                                                          |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 1     | علما ان $f$ تقبل الاشتقاق عند 3 اذن: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{-x + 3} =$ | $f'(3)$                                                     | $-f'(3)$                                                       | $f'(-3)$                                                   |
| 2     | $f$ دالة معرفة على $IR$ وتحقق $f(-1) = \frac{1}{2}$ فإن:                                   | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x} - 1) = -\frac{1}{2}$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x} - 1) = e^{\frac{1}{2}}$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x} - 1) = \frac{1}{2}$ |
| 3     | حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y + 3 = 0$ الذي يحقق $f(0) = 1$                               | $f(x) = \frac{5}{2}e^{-x} - \frac{3}{2}$                    | $f(x) = \frac{5}{2}e^{-2x} - \frac{3}{2}$                      | $f(x) = \frac{5}{2}e^{-2x} + \frac{3}{2}$                  |
| 4     | مجموعة حلول المتراجحة: $\ln x^2 > \ln(2x - 1)$                                             | $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$                       | $\left] \frac{1}{2}; 1 \right[ \cup ] 1; +\infty [$            | $] -\infty; +\infty [$                                     |
| 5     | عدد حلول المعادلة $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$ في $IR$                                          | 2                                                           | 1                                                              | 0                                                          |

التمرين الثاني: 7 نقاط :



1 (  $\gamma$  ) التمثيل البياني للدالة  $x \mapsto e^{-2x}$  و (  $\Delta$  ) المستقيم ذو

المعادلة  $y = 4x + 2$  ؛  $\alpha$  هي فاصلة نقطة تقاطع (  $\gamma$  ) و (  $\Delta$  ) .

$g$  الدالة المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$  .

أ ( بقراءة بيانية حدد وضعية (  $\gamma$  ) بالنسبة إلى (  $\Delta$  ) على  $\mathbb{R}$  ،

ثم استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  .

ب ( تحقق أن:  $-0.16 < \alpha < -0.15$  .

2 ( لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :

$$f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$$

(  $C_f$  ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . الوحدة 2cm.

أ ( أحسب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  .

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا :  $f'(x) = e^{2x}g(x)$  شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

3 ( بين أن المنحنى (  $C_f$  ) يقبل مستقيما مقاربا مانلا (  $D$  ) يُطلب تعيين معادلة له ثم أدرس وضعية (  $C_f$  ) بالنسبة لـ (  $D$  ) .

4 ( بين أن :  $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$  .

5 ( أثبت أن المنحنى (  $C_f$  ) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (  $D$  ) يُطلب تعيين معادلة له .

6 ( أرسم المستقيم (  $D$  ) والمنحنى (  $C_f$  ) ( نأخذ  $f(\alpha) \approx 3.07$  ) .

التمرين الثالث: 8 نقاط :

I. لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة  $g$  على  $]0; +\infty[$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

2. استنتج انه من اجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  فان :  $g(x) \geq \frac{1}{2}$

II. نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 + 2\ln x}{2x}$

$(C_f)$ : التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$   
(الوحدة 2cm)

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2. أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = \frac{1}{2}x$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .

3. أ) احسب  $f'(x)$  ، ثم بين انه من اجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  فان اشارة  $f'(x)$  من اشارة  $g(x) + 1$ .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

4. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

5. أنشئ  $(C_f)$  ،  $(\Delta)$  في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

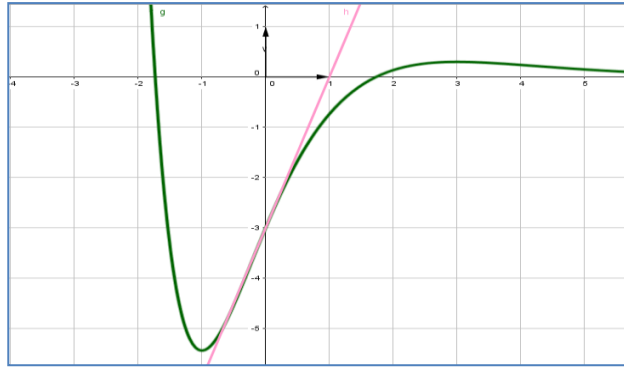
بالتوفيق للجميع

| العلامة |                                                                                                            | عناصر الإجابة                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | محاور<br>الموضوع  |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-----|-----------|-----------|---|-----------|--------|-----------|-------|-----------------|---|
| المجموع | مجزأة                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
| 05      | 1                                                                                                          | <p><u>التمرين الأول:</u></p> <p>1: 0 (نهاية مركب دالتين) لأن: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x} = +\infty</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0</math> .....</p> <p>2: 0 (النهاية بالحصص) لأن: <math>x \leq f(x) \leq x^2</math> ومنه <math>\frac{x}{e^x} \leq \frac{f(x)}{e^x} \leq \frac{x^2}{e^x}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0</math> أي <math>0 \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \leq 0</math> ومنه <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0</math> .....</p> <p>3: <math>-f'(1)</math> لأن: <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+2h)}{2h} = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(1+k) - f(1)}{k} = -f'(1)</math> .....</p> <p>4: <math>\left[\frac{2}{3}; +\infty\right]</math> لأن: <math>e^{-3x+2} \leq 1</math> تكافئ <math>e^{-3x+2} \leq e^0</math> ومنه <math>-3x + 2 \leq 0</math> ومنه <math>-3x \leq -2</math> ومنه <math>x \geq \frac{2}{3}</math> .....</p> <p>5: <math>f_{-1}(x) = -e^{2x} + 1</math> لأن: حلول المعادلة التفاضلية <math>y' = 2y - 2</math> هي الدوال <math>f_c(x) = ce^{2x} + 1</math> و <math>f(0) = 0</math> معناه <math>c = -1</math> .....</p> | الدوال<br>العددية |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
|         | 1                                                                                                          | .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
|         | 1                                                                                                          | .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
|         | 1                                                                                                          | .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
|         | .....                                                                                                      | .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
| 07      | 0.75                                                                                                       | <p><u>التمرين الثاني:</u></p> <p>1) تعيين الأعداد الحقيقية <math>a</math> ؛ <math>b</math> و <math>c</math> :<br/>* <math>f(0) = -3</math> و هذا يعني <math>c = -3</math> .<br/>* <math>f'(0) = 3</math> يعني <math>b - c = 3</math> أي <math>b = 0</math> .<br/>* <math>f'(x) = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c]e^{-x}</math> ومنه <math>f'(x) = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c]e^{-x}</math> .<br/>* <math>f(\sqrt{3}) = 0</math> يعني ان <math>f(\sqrt{3}) = (3a - 3)e^{-\sqrt{3}} = 0</math> ومنه <math>a = 1</math> .....</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
|         | 0.5+0.5                                                                                                    | <p>2) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 3)e^{-x} = 0</math> ، <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2)e^{-x} = +\infty</math> ....</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
|         | 0.5+0.5                                                                                                    | <p>دراسة اتجاه تغير الدالة <math>f</math> : المشتقة : <math>f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)e^{-x}</math> إشارتها من إشارة <math>(-x^2 + 2x + 3)</math> تنعدم عند العددين 3 و -1 ومنه <math>f</math> متناقصة على المجالين <math>]-\infty; -1]</math> و <math>[3; +\infty[</math> متزايدة على المجال <math>[-1; 3]</math> وشكل جدول تغيراتها:</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
|         | 0,5                                                                                                        | <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>-1</td><td>3</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>-2e</math></td><td><math>\frac{6}{e^3}</math></td><td>0</td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                   | $x$ | $-\infty$ | -1        | 3 | $+\infty$ | $f(x)$ | $+\infty$ | $-2e$ | $\frac{6}{e^3}$ | 0 |
|         | $x$                                                                                                        | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                   | -1  | 3         | $+\infty$ |   |           |        |           |       |                 |   |
| $f(x)$  | $+\infty$                                                                                                  | $-2e$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | $\frac{6}{e^3}$   | 0   |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |
| 0.5     | <p>3) كتابة معادلة لـ (T) مماس المنحنى <math>(C_f)</math> : معادلة المماس هي <math>y = 3x - 3</math> .</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                   |     |           |           |   |           |        |           |       |                 |   |

0,5

تعيين إحداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل :  $f(x)=0$  يكافئ  $x^3-3=0$  أي ان  $x=\sqrt{3}$  او  $x=-\sqrt{3}$  أي نقطتي التقاطع هما  $A(\sqrt{3};0)$  و  $B(-\sqrt{3};0)$ .

(4) رسم  $(T)$  و  $(C_f)$  :



1

(5) المناقشة بيانيا وحسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $x^2 - 3 + me^x = 0$  :

0.5

المعادلة تكافئ  $me^x = -(x^2 - 3)$  أي ان  $-m = (x^2 - 3)e^{-x}$  يكافئ  $-m = f(x)$ . حلها هو إيجاد فواصل نقاط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta_m)$  ذو المعادلة  $y = -m$ .

المناقشة :

- لما  $-m < -2e$  أي ان  $m > 2e$  نلاحظ ان  $(\Delta_m)$  و  $(C_f)$  لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول.
- لما  $-m = -2e$  أي ان  $m = 2e$  نلاحظ أن  $(\Delta_m)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها سالبة و منه للمعادلة حل وحيد سالب.
- لما  $-m > -2e$  أي ان  $-3 > m < 2e$  نلاحظ أن  $(\Delta_m)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان في نقطتين فاصلتهما سالبان و منه للمعادلة حلين سالبين.
- لما  $-m = -3$  أي ان  $m = 3$  نلاحظ أن  $(\Delta_m)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها معدومة و الأخرى فاصلتها سالبة و منه للمعادلة حلين إحداهما معدوم و الآخر سالب.
- لما  $-m > -3$  أي ان  $0 \leq m < 3$  نلاحظ أن  $(\Delta_m)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان في نقطتين فاصلتهما مختلفان في الإشارة و منه للمعادلة حلين مختلفان في الإشارة.
- لما  $-m > 0$  أي ان  $-\frac{6}{e^3} < m < 0$  نلاحظ أن  $(\Delta_m)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلتهما موجبتان و نقطة فاصلتها سالبة و منه للمعادلة حلين موجبان و حل سالب.
- لما  $-m = \frac{6}{e^3}$  أي ان  $m = -\frac{6}{e^3}$  نلاحظ أن  $(\Delta_m)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان في نقطتين فاصلتهما مختلفان في الإشارة و منه للمعادلة حلين مختلفان في الإشارة.
- لما  $-m > \frac{6}{e^3}$  أي ان  $m < -\frac{6}{e^3}$  نلاحظ أن  $(\Delta_m)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان في نقطة فاصلتهما سالبة و منه للمعادلة حل وحيد سالب.

1

الدوال  
العديدية

(I)

$$1: \text{ تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x > 0 : g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$$

$$1. \text{ لنا } g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln(x) \text{ و منه } g'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} = \frac{x^2 + 1 - 2x}{x^2} = \frac{(x-1)^2}{x^2}$$

0.5 استنتاج اتجاه تغير الدالة  $g$ : مما سبق نجد أن  $g'(x) \geq 0$  و منه الدالة  $g$  متزايدة على  $]0, +\infty[$ .

0.5 2: دراسة إشارة  $g(x)$  بما أن  $g(1) = 0$  و الدالة  $g$  متزايدة على  $]0, +\infty[$  نتلخص  
الاشارة في الجدول الموالي :

|              |   |   |           |
|--------------|---|---|-----------|
| x            | 0 | 1 | $+\infty$ |
| إشارة $g(x)$ | - | 0 | +         |

0.5

(II)

$$1: \text{ تبين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(x)]^2}{x} = 0$$

0.5

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(x)]^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\ln((\sqrt{x})^2)]^2}{(\sqrt{x})^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[2\ln(\sqrt{x})]^2}{(\sqrt{x})^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 \left[ \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \right]^2 = 0$$

$$\text{لأن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0 \text{ (التزايد المقارن).}$$

$$\text{حساب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[ 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2}{x} \right] = +\infty$$

0.5

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{x^2} - \frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2}{x} \right] = 0$$

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0, +\infty[$  لدينا :  $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

0.5

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + x - \left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2 - 2 = x + \frac{1}{x} - (-\ln x)^2 - 2 = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2 = f(x)$$

0.5+0.5

$$\text{حساب } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ و منه المنحني } (C_f)$$

يقبل مستقيما مقارب موازيا لمحور الترتيب معادلته  $x = 0$ .

2: تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$  بالحساب نجد

$$\text{ومنه } f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$$

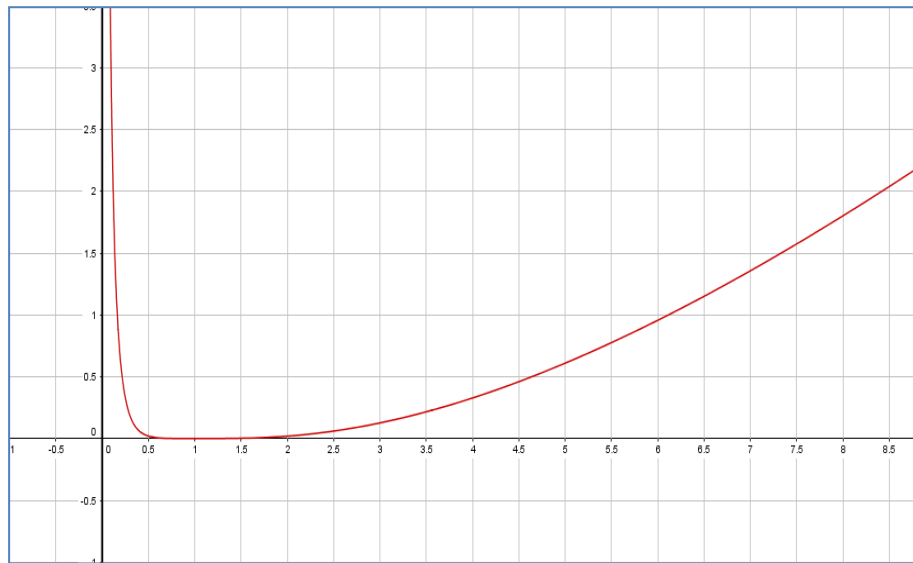
1

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - 2\frac{1}{x}(\ln x) = \frac{x^2 - 1 - 2x \ln x}{x^2} = \frac{x - \frac{1}{x} - 2 \ln x}{x} = \frac{g(x)}{x}$$

جدول تغيرات الدالة  $f$  :

|         |           |                          |                                |
|---------|-----------|--------------------------|--------------------------------|
| $x$     | 0         | 1                        | $+\infty$                      |
| $f'(x)$ | —         | 0                        | +                              |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $\searrow \rightarrow 0$ | $\nearrow \rightarrow +\infty$ |

3: رسم المنحني (c) :



## تصحيح الموضوع الثاني:

### تصحيح التمرين الأول:

1 :  $-f'(3)$  لأن:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{-x + 3} = \lim_{x \rightarrow 3} -\frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -f'(3)$  (تعريف العدد المشتق).

2 :  $\frac{1}{2}$  (نهاية دالة مركبة) لأن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x} - 1) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) = \frac{1}{2}$ .

3 :  $f(x) = \frac{5}{2}e^{-2x} - \frac{3}{2}$  لأن: المعادلة تكتب  $y' = -2y - 3$  وحلها هي الدوال المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  
 $f_c(x) = ce^{-2x} - \frac{3}{2}$  و  $f(0) = 1$  معناه  $c - \frac{3}{2} = 1$  ومنه نجد  $c = \frac{5}{2}$ .

4 :  $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$  لأن: أولا المتراجحة معرفة على  $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$  و  $\ln x^2 > \ln(2x - 1)$  معناه  $x^2 > 2x - 1$  ومنه نجد  $(x - 1)^2 > 0$  وهذه المتراجحة محققة من أجل كل  $x \in \mathbb{R} - \{1\} = ]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  ومنه نجد مجموعة حلول المتراجحة المعطاة هي  $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[ = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[ \cap ]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$ .  $S = ]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$ .

5 : حل واحد: لأن: بوضع  $t = e^x$  نجد  $t^2 - 3t - 4 = 0$  والتي لها حلان هما  $t_1 = 4$  و  $t_2 = -1$  وحيث ان الحل السالب مرفوض لان  $t = e^x > 0$ .

### تصحيح التمرين الثاني:

(1)

أ) تحديد الوضعية:  $(\gamma)$  يقع فوق  $(\Delta)$  على المجال  $]-\infty; \alpha[$  و تحت  $(\Delta)$  على  $]\alpha; +\infty[$  و  $(\gamma)$  يقطع  $(\Delta)$  في النقطة  $A$  ذات الفاصلة  $\alpha$ .

\* استنتاج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ :

|        |           |          |           |
|--------|-----------|----------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
| $g(x)$ | +         | 0        | -         |

0.5 : (ب) التحقق أن  $-0.16 < \alpha < -0.15$  :  
 لدينا:  $g(-0.16) \cdot g(-0.15) = 0.017 \times (-0.05) < 0$  ومنه ح ن ق م  $-0.16 < \alpha < -0.15$ .

(2)

أ) حساب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ :

0.5 :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( 1 + \frac{3}{x} - 2e^{2x} \right) = -\infty$   $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 3 - 2xe^{2x}) = -\infty$

ب) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا  $f'(x) = e^{2x}g(x)$  : الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق

على  $\mathbb{R}$  ولدينا :  $f'(x) = 1 - 2e^{2x} - 4xe^{2x} = e^{2x}(e^{-2x} - 4x - 2) = e^{2x}g(x)$

0.5+0.5 : ومنه إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g(x)$  إذن : الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $]-\infty; \alpha[$  ومتناقصة تماما على المجال  $]\alpha; +\infty[$ .  
 جدول تغيرات الدالة  $f$ :

|         |           |             |           |
|---------|-----------|-------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $\alpha$    | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0           | -         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $f(\alpha)$ | $-\infty$ |

0.5

(3) تبيان أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(D)$  :

لدينا  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x e^{2x}) = 0$  و منه المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = x + 3$  مستقيم مقارب للمنحني  $(C_f)$  عند  $-\infty$ .

\* دراسة وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(D)$  :

لدينا  $[f(x) - (x+3)] = -2x e^{2x}$  و منه إشارة الفرق  $[f(x) - (x+3)]$  هي عكس إشارة  $x$  إذن  $(C_f)$  يقع تحت  $(D)$  على المجال  $]0; +\infty[$  و فوق  $(D)$  على المجال  $]-\infty; 0[$  و  $(C_f)$  يقطع  $(D)$  في النقطة ذات الإحداثيات  $(0; 3)$ .

0.5

(4) تبيان أن :  $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$

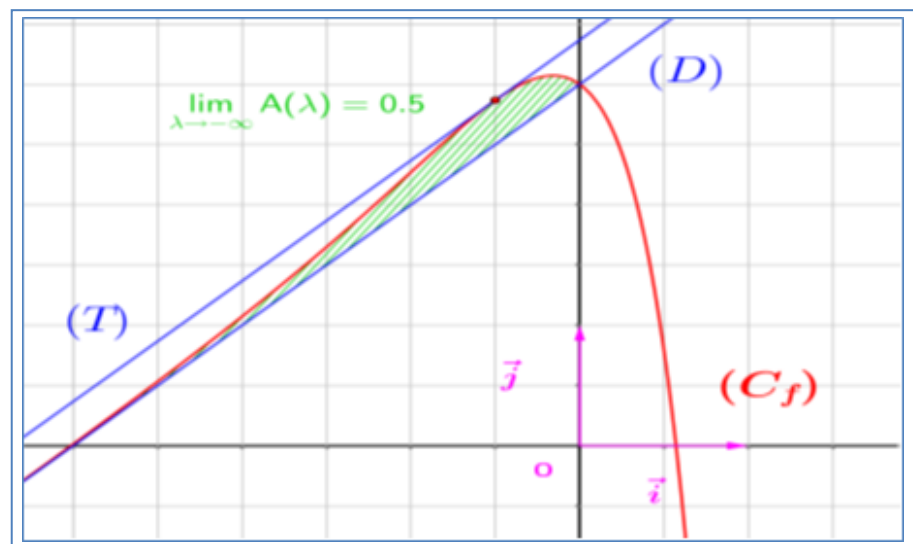
لدينا  $g(\alpha) = 0$  معناه :  $e^{-2\alpha} - 4\alpha - 2 = 0$  أي :  $e^{2\alpha} = \frac{1}{4\alpha + 2}$  نعوض نجد :

0.5

$$f(\alpha) = \alpha + 3 - 2\alpha \times \frac{1}{4\alpha + 2} = \alpha + 3 - \alpha \times \frac{1}{2\alpha + 1} = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$$

07

(5) رسم المستقيم  $(D)$  والمنحني  $(C_f)$  :



1

(6) إثبات أن  $(C_f)$  يقبل مماسا موازيا للمستقيم  $(D)$  :

لدينا  $f'(x) = 1$  تكافئ  $-2e^{2x} - 4xe^{2x} = 0$  أي أن  $-2e^{2x}(2x+1) = 0$  ومنه  $2x+1=0$

1

إذن  $x = -\frac{1}{2}$  ومنه  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا للمستقيم  $(D)$  عند النقطة ذات الفاصلة

$$\frac{-1}{2} \text{ معادلته : } y = x + 3 + \frac{1}{e}$$

## تصحيح التمرين الثالث:

.I

(1) دراسة تغيرات الدالة  $g$  على  $]0; +\infty[$  ، مع تشكيل جدول تغيراتها:

0.5

• النهايات :  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

• دراسة اتجاه تغير الدالة  $g$  :

0.5

حساب  $g'(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$  :  $g'(x)$

0.5

• دراسة إشارة  $g'(x)$  : من اجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  ، لدينا :  $g'(x) > 0$  : تشكيل جدول تغيرات الدالة  $g$  :

0.5

|         |           |               |           |
|---------|-----------|---------------|-----------|
| $x$     | 0         | 1             | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | -         | 0             | +         |
| $g(x)$  | $+\infty$ | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |

08

(2) استنتاج انه من اجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  فان  $g(x) \geq \frac{1}{2}$  : .....

1

لدينا من جدول التغيرات : الدالة المشتقة  $g'$  تنعدم من اجل  $x = 1$  وتغير من اشارتها عند تلك القيمة اذن فان  $g(1) = \frac{1}{2}$  هي قيمة حدية صغرى للدالة  $g$  اي من اجل كل  $x$  من المجال

$]0; +\infty[$  فان  $g(x) \geq \frac{1}{2}$  .

(II)

0.5

(1) حساب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$

(2) أ) تبيان أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = \frac{1}{2}x$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $+\infty$  :

0.5

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) - \frac{1}{2}x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

ب) دراسة الوضع النسبي بين  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  :  $d(x) = f(x) - \frac{1}{2}x = \frac{\ln x}{x}$

0.5

|        |   |   |           |
|--------|---|---|-----------|
| $x$    | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $d(x)$ | - | 0 | +         |

• لما  $x$  من المجال  $]0; 1[$  :  $(C_f)$  يقع تحت  $(\Delta)$

• لما  $x = 1$  :  $(\Delta)$  يقطع  $(C_f)$

• لما  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  :  $(C_f)$  يقع فوق  $(\Delta)$

(3) أ) حساب  $f'(x)$ ، ثم بين انه من اجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  فان اشارة  $f'(x)$  من اشارة  $g(x) + 1$  :

$$f'(x) = \left( \frac{x^2 + 2 \ln x}{2x} \right)' = \frac{\left( 2x + \frac{2}{x} \right) 2x - 2(x^2 + 2 \ln x)}{4x^2} = \frac{\frac{1}{2}x^2 - 2 \ln x + 1}{x^2} = \frac{g(x) + 1}{x^2}$$

0.5

لدينا من اجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  فان  $x^2 > 0$  اذن اشارة  $f'(x)$  من اشارة  $g(x) + 1$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  مع تشكيل جدول تغيرات الدالة  $f$  :  
 • دراسة إشارة  $f'(x)$  :

$x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ، لدينا اشارة  $f'(x)$  من اشارة  $g(x) + 1$

0.5

بما ان اجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  لدينا  $g(x) \geq \frac{1}{2}$  فان  $g(x) + 1 \geq \frac{3}{2} > 0$  اذن

من اجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  فان  $f'(x) > 0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة  $f$  :

|         |           |           |
|---------|-----------|-----------|
| $x$     | 0         | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | +         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $+\infty$ |

0.5

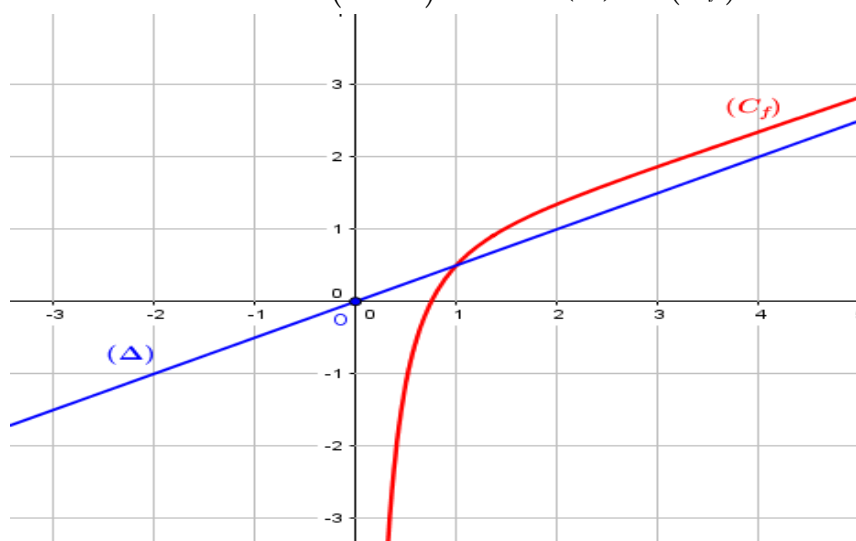
(4) تبين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$  : الدالة  $f$  مستمرة

(مع البرهان) ورتبية تماما على المجال  $]0; +\infty[$  اذن حسب مبرهنة

1

القيم المتوسطة فان المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$  .

(5) أنشاء  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  :



1