

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة كما يلي :}$$

1- احسب كلا من u_1 ، u_2 ، u_3

2- نضع $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب- عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .

3- احسب المجموع S بحيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ثم استنتج المجموع S' حيث :

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

التمرين الثاني :

نعتبر الأعداد a ، b و c حيث : $a = 2021$ ، $b = 1442$ و $c = 1959$

1- عين باقي القسمة الإقليدية لكل من a و b و c على 5 .

2- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $a+b-c$ ، $a \times b + c$ ، $a \times b \times c$ و b^4 على 5 .

3-

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $b^{4n} \equiv 1[5]$.

ب- استنتج أن $b^{2016} - 1$ يقبل القسمة على 5 .

4- أ) تحقق أن $c \equiv -1[5]$

ب) بين أن $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$

التمرين الثالث :

- 1- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 4^n على 7 .
- 2- عين باقي قسمة العدد 4^{2011} على 7 .
- 3- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $4^{3n} + 2006^{2009} + 4$ يقبل القسمة على 7
- 4- عين باقي قسمة العدد A على 7 حيث : $A = 2006^{1430} + 1429^{2011} - 2$

التمرين الرابع :

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n لدينا :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

بالتوفيق