

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04,5 ن)

(1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 + 4z + 16 = 0$

(2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ لتكن النقط $A ; B ; C$ و D حيث :

$$z_D = 3\sqrt{3} + 3i \text{ و } z_C = 4e^{i\frac{\pi}{6}} ; z_B = -2 - 2i\sqrt{3} ; z_A = -2 + 2i\sqrt{3}$$

أ - اكتب z_C على الشكل الجبري .

ب - اكتب $z_A ; z_B ; z_D$ على الشكل المثلثي .

ج - استنتج أن النقط $A ; B ; C$ تنتمي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

د - عين زاوية الدوران r الذي مركزه O ويحول A إلى B .

- اكتب $\frac{z_D}{z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتج نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى D .

(3) α عدد حقيقي و G_α مرجح الجملة $\{(A,1), (B,1), (C, e^\alpha)\}$

أ - بين أن : $\overrightarrow{IG_\alpha} = \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} \overrightarrow{IC}$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$.

ب - بين أن : $0 < \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} < 1$ ثم استنتج مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني : (04 ن)

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء منها 4 كرات تحمل الرقم 1 وإثنتان تحملان الرقم 2 وثمان كرات خضراء ؛ منها

5 كرات تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2 . كل الكرات متماثلة ولا يمكن التمييز بينها باللمس .

نسحب كرتين من الكيس في ن واحد .

لتكن الحادثتان : A " سحب كرتين من نفس اللون " و B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

(1) بين أن : $P(A) = \frac{43}{91}$.

(2) احسب : $P(B)$.

(3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون . ماهو احتمال أن تحملان نفس الرقم ؟

(4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ- حدد قيم X .

ب- حدد قانون الاحتمال ل X .

ج - احسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري .

التمرين الثالث (04 ن)

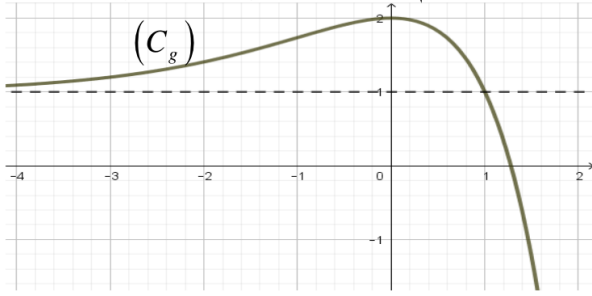
لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $U_0 = \frac{1}{5}$ و $U_{n+1} = 1 - \frac{1}{2U_n + 1}$

- (1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < \frac{1}{2}$.
- (2) أ - تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(1-2U_n)}{2U_n + 1}$ ثم استنتج اتجاه تغير (U_n) .
 ب- بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .
- (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{5^n U_n}{2U_n - 1}$
 أ- اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
 ب - اكتب عبارة V_n بدلالة n ؛ ثم بين أن $U_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$ واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- (4) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$.

التمرين الرابع : (7,50 ن)

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = (1-x)e^x + 1$ ؛ (C_g) منحنها البياني كما في الشكل :

- (1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .
- (2) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]0; +\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن : $1,2 < \alpha < 1,3$.
 ب- عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x .
- (3) اثبت أن : $e^\alpha = \frac{1}{\alpha - 1}$.
- (4) أ- باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة : $x \rightarrow (1-x)e^x$
 ب- احسب بالسنتر المربع $A(\alpha)$ مساحة الحيز من



المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات التي معادلات لها $x=0$ ؛ $y=0$ ؛ $x=\alpha$.

ج - بين أن : $A(\alpha) = \frac{-3\alpha + 4}{\alpha - 1} + \alpha$ ثم احصر $A(\alpha)$.

د - حل بيانيا المعادلة : $E[g(x)] = 1$ حيث E يرمز إلى دالة الجزء الصحيح .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول 2cm .

(1) احسب كل من : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$ ثم فسر النهاية الأخيرة بيانيا .

(2) أ- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.

ب - استنتج اتجاه التغير للدالة f وشكل جدول تغيراتها .

ج - بين أن $0,2 < f(\alpha) < 0,3$.

(3) اكتب معادلة لمماس المنحنى في النقطة ذات الفاصلة 0 .

(4) أ- بين أن : $f(-\alpha) = -1$ وأنشيء (C_f) .

ب- m وسيط حقيقي . ناقش بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة : $x - e^{x+m} - e^m = 0$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (05 ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6z + 13 = 0$.

(2) أ- علم النقط A ؛ B ؛ C و D التي لواحقها على الترتيب: $z_A = i$ ؛ $z_B = 2$ ؛ $z_C = 3 + 2i$ و $z_D = 3 - 2i$.

ب- عين نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويحول B إلى C .

ج - اكتب العدد المركب: $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسّي واستنتج طبيعة المثلث ABC .

د - بين أن النقطة B هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ADC .

(3) S تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = (1+i)z + 1$.

أ- عين طبيعة S وعناصره المميزة.

ب - جد صورة B بواسطة S .

ج - بين أنه من أجل كل عدد مركب z حيث $z \neq i$ فإن: $\frac{z' - z}{i - z} = -i$.

• فسر هذه النتيجة بالنسبة إلى المسافات وبالنسبة إلى الزوايا واستنتج طريقة لرسم M' انطلاقاً من A و M .

(4) أ- عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z - 2| = \sqrt{5}$.

ب - برهن أن: $z' - z_C = (1+i)(z - z_B)$.

ج - استنتج أنه لما M تنتمي إلى (E) فإن M' تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(5) أنشيء (E) و (F) في نفس المعلم.

التمرين الثاني: (04 ن)

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما؛ وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوي كما يلي:

- احتمال أن يكون التلميذ مصاباً علماً أنه ملقح هو $\frac{1}{16}$.

- احتمال أن يكون التلميذ ملقحاً علماً أنه مصاباً هو $\frac{3}{14}$.

يتم اختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية.

نرمز ب V إلى الحادثة " التلميذ ملقح "

ونرمز ب M إلى الحادثة " التلميذ مصاب بالمر "

(1) شكل شجرة الاحتمالات.

(2) احسب $P(V \cap M)$ احتمال أن يكون التلميذ ملقحاً ومصاباً بالمر.

(3) اثبت أن : $P(M) = \frac{7}{80}$ احتمال التلميذ مصاب بالمر .

(4) احسب : $P(\bar{V} \cap M)$ احتمال أن يكون غير ملقح ومصاب بالمر ؛ ثم استنتج $P_{\bar{V}}(M)$.

(5) احسب : $P(\bar{V} \cap \bar{M})$.

التمرين الثالث (04 ن)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1, -1, 4)$ ؛ $B(7, -1, -2)$ و $C(1, 5, -2)$

(1) أ- بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .
ب - بين أن الشعاع $\vec{n}(1, 1, 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية ل (ABC) .

$$(2) (\Delta) \text{ مستقيم تمثيله الوسيطى } \begin{cases} x = -2t \\ y = -2 - 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$$

أ- بين أن (Δ) عمودي على المستوي (ABC) ثم عين احدائي النقطة G نقطة تقاطعهما .
ب- بين أن G مركز ثقل المثلث (ABC) .

(3) (S) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A .
أ - اكتب معادلة لسطح الكرة (S) .
ب - ادرس الوضع النسبي ل (S) و (Δ) مع تحديد المجموعة $(\Delta) \cap (S)$.

التمرين الرابع : (07 ن)

I (لتكن الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 + 3 - 2 \ln x$)
(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بين أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $g(x) \geq 4$

II لتكن الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

(1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) . أوجده ثم ادرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) .

(3) أ - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يشمل المبدأ O . جد معادلة له .

ب - احسب $f(1)$ ثم أنشئ (T) و (C_f) .

ج - ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$

$$(4) \text{ أ - بين أن : } \int_{\sqrt{e}}^e \left(\frac{-1}{2x} + \frac{\ln x}{x} \right) dx = \frac{1}{8}$$

ب - استنتج بالسنتمر المربع المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات :

$$x = e \text{ و } x = \sqrt{e} \text{ ؛ } y = \frac{1}{2}x$$