



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

$$(1) \begin{cases} \bar{a} - \bar{b} = 1 + 3i \\ a + ib = -1 + 3i \end{cases} : \text{عينا العدد المركبين } a \text{ و } b \text{ علما أن } :$$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب : $a = 3 + i$ و $b = 2 + 4i$ ، و نفرض الإنسحاب T الذي شعاعه $\vec{AB}$.
(أ) عينا لاحقة النقطة C صورة O بالإنسحاب T .

(ب) أحسب العدد $\frac{z_c - z_A}{z_B}$ ، ثم أكتبه على الشكل الأسّي .

- ماذا تستنتج بالنسبة للقطعتين $[AC]$ و $[OB]$ ؟ .

(ج) إستنتج ممّا سبق طبيعة الرباعي $OABC$ ، ثم عينا لاحقة E مركز تناظر الرباعي $OABC$.

(3) نعتبر التشابه المباشر S الذي مركزه O و يحول B إلى C :

(أ) أعط الكتابة المركبة للتشابه المباشر S .

(ب) ماهي صورة النقطة A بالتشابه S ؟ .

(ج) نضع : $S^4 = S \circ S \circ S \circ S$

- أعط الكتابة المركبة للتحويل S^4 ، و ما طبيعة هذا التحويل ؟ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$: $f(x) = \frac{6x + 5}{x + 2}$ ، و ليكن (C_f)

المنحني الممثل لها، (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الشكل المقابل)

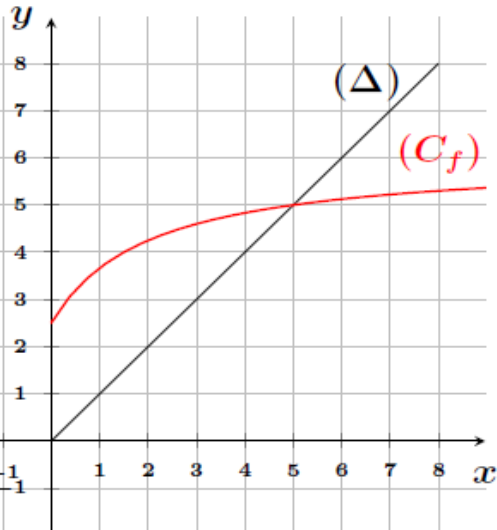
(I) تحقّق أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.

(II) (u_n) متتالية معرفة بحدّها الأول $u_0 = 1$

و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) (أ) أنقل الشكل المقابل ثمّ مثل على محور الفواصل الحدود u_3, u_2, u_1, u_0

(ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها .



(2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 \leq u_n \leq 5$.

(3) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة ؟ .

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$.

(أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

(ب) عبّر عن v_n ثمّ عن u_n بدلالة n .

(ج) ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟ .

(5) أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0 + 1} + \frac{1}{u_1 + 1} + \dots + \frac{1}{u_n + 1}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) يحتوي و عاء على n كرة بيضاء ، حيث : $(n \geq 2)$ و 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الوعاء :

(1) ما إحتمال سحب كرتين بيضاوين ؟ .

(2) نسمي $p(n)$ إحتمال سحب كرتين من نفس اللون .

(أ) بيّن أنّ : $p(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n + 8)(n + 7)}$.

(ب) أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} p(n)$ ، ثمّ فسّر النتيجة المحصّل عليها .

II) فيما يلي نعتبر $n = 4$ ، يأتي لاعب و يقوم بنفس التجربة الأولى : في البداية يدفع 30DA إذا وجد في السحب الكرتين من نفس اللون يكسب 40DA ، و إذا وجدهما من لونين مختلفين يكسب 5DA .

نسمي الربح الجبري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أوّلا و المبلغ الذي يكسبه ، و ليكن المتغيّر العشوائي X هو الربح الجبري للاعب :

(1) ما هي القيم الممكنة للمتغيّر العشوائي X ؟ .

(2) أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

III) فيما يلي نعتبر $n = 2$ ، نسحب من الوعاء عشوائيا كرتين على التوالي و بدون إرجاع :

(1) شكل شجرة الإحتمالات التي تتمزج التجربة .

(2) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " سحب كرتين من نفس اللون " ، B : " سحب كرة خضراء واحدة على الأقل " .

(3) نفرض أنّ الكرية في السحبة الأولى كانت خضراء ، ما إحتمال أن تكون حمراء في السحبة الثانية ؟ .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x + 2 - e^x$.

(1) أدرس تغيّرات الدالة g على $[0; +\infty[$ ، و عيّّن نهاية g عند $+\infty$.

(2) (أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على $[0; +\infty[$.

(ب) تحقّق أنّ : $1,14 < \alpha < 1,15$.

(ج) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $[0; +\infty[$.

(II) نعرّف على المجال $[0; +\infty[$ الدالة f كما يلي : $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$ ، و ليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}}$.

ب) إستنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{e^x \times g(x)}{(xe^x + 1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f على $[0; +\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

(ج) بيّن أنّ : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(4) أ) تحقّق أنّه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $f(x) - x = \frac{(x + 1) \times u(x)}{xe^x + 1}$ ، حيث : $u(x) = e^x - xe^x - 1$.

ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة u على $[0; +\infty[$ ، ثمّ إستنتج إشارة $u(x)$.

(ج) إستنتج من الأسئلة السابقة وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (T) .

(د) أرسم كلا من (T) و المنحني (C_f) ، الوحدة : $4cm$.

(III) 1) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

(2) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المحدّد بالمنحني (C_f) و المماس (T) و محور الترتيب و المستقيم ذو المعادلة $x = 1$.

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z - i)(z^2 + 2z + 2) = 0$
- (2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. النقط A, B, C و D لواحقتها:
- $z_D = 1 - 2i, \quad z_C = -1 - i, \quad z_B = 2, \quad z_A = i$
- أ) تحقق أن النقطة D مرجح الجملة $\{(A; 1); (B; -1); (C; -1)\}$.
- ب) أكتب العدد $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسّي، ثم فسر النتيجة هندسياً.
- ج) أكتب العدد المركب $-4 + 4i$ على الشكل الأسّي، ثم أحسب $(-4 + 4i)^{2018}$.
- (3) من أجل كل نقطة $M(z)$ من المستوي تختلف عن B ، نرفق النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = \frac{iz - 4 + 2i}{z - 2}$.
- أ) تحقق أن: $z' - i = \frac{-4 + 4i}{z - 2}$.
- ب) بين أن: $AM' \times BM = 4\sqrt{2}$ و $(\vec{u}; \overrightarrow{AM'}) + (\vec{u}; \overrightarrow{BM}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$.
- (4) (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\arg(z' - i) = \frac{\pi}{4}$.
- تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 2 + i$ تنتمي إلى (Γ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n^3 + 2}{u_n^2 + 1}$.
- (1) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$.
- (2) أدرس رتبة المتتالية (u_n) .
- (3) إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة. ما هي نهايتها؟
- (4) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_{n+1} \leq \frac{4}{5}(2 - u_n)$.
- ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 2 - u_n \leq (\frac{4}{5})^n$ ، ثم عين نهاية المتتالية (u_n) من جديد.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر المستوي (P) معادلته: $2x + y - 2z + 4 = 0$
- و النقط $A(3; 2; 6)$ ، $B(1; 2; 4)$ ، $C(4; -2; 5)$.
- (1) أ) بين أن النقط A, B و C تعين مستويًا.
- ب) تحقق أن (P) هو المستوي (ABC) .
- (2) أ) بين أن المثلث ABC قائم.
- ب) أكتب تمثيلًا وسيطياً للمستقيم (Δ) المار بالنقطة O و العمودي على (P) .

- (ج) النقطة K هي المسقط العمودي للنقطة O على (P) ، أحسب الطول OK .
 (3) النقطة G هي مرجح الجملة $\{(O;3);(A;1);(B;1);(C;1)\}$
 أ) أحسب إحداثيات النقطة G .

(ب) أحسب المسافة بين النقطة G و المستوي (P) .

(4) (Γ) هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $\|3\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 5$

- أ) عيّن طبيعة المجموعة (Γ) و عناصرها المميزة .
 (ب) ما طبيعة $(\Gamma) \cap (P)$ ؟
 (ج) أحسب حجم رباعي الوجوه $GABC$.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3$.

- (1) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$.
 (ب) عيّن نهايات الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

- (2) أ) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g و شكل جدول تغيّراتها .
 (ب) إستنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل $x \in]0; +\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.

- (C) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
 (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

(2) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

(3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$ ، ثم حدّد وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة $A(1;0)$.

(6) أرسم كلا من (Δ) ، (T) و المنحني (C) .

(7) لتكن (d_m) عائلات المستقيمات المعرفة بـ : $y = mx - m$ ، حيث m وسيط حقيقي
 أ) تحقّق أنّ جميع المستقيمات (d_m) تمر بالنقطة A .

(ب) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = mx - m$ حلان متمايزان .

III) (1) باستعمال التكامل بالتجزئة ، بيّن أنّ : $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$

(2) أحسب بـ $u.a$ مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحني (C) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما :

$x = e$ و $x = 1$ (يجب تقديم القيمة المضبوطة لمساحة الحيز) .

إنتهى الموضوع الثاني