

إمتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة : رياضيات

المدة : 4 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$A(0; -1; 0)$ ، $B(-2; 0; 1)$ ، $C(1; 0; 1)$ ، $D(0; 0; 3)$ أربع نقط منه

$$(\Delta): \begin{cases} x = 4 + 4\alpha \\ y = \alpha \\ z = -5 - 5\alpha \end{cases} : \alpha \in \mathbb{R} \quad \text{مستقيم تمثيله الوسيطى}$$

1) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Δ)

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') المعرف بالنقطتين A و B

3) أ) برر لماذا السطحيان (Δ) و (Δ') متقاطعان في نقطة واحدة (يطلب تعيينها)

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) المعين بالمستقيمين (Δ) و (Δ')

ج) تحقق أن C لا تنتمي إلى (P) . ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

4) أ) تحقق أن : $x + y + z + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) العمودي على المستوي (P) و الذي يشمل النقطتين C و

D

ج) تحقق من أن (Δ) محتوى في (Q)

(د) إستنتج أن المستويات (P) ، (Q) و $(O; \vec{i}, \vec{j})$ متقاطعة في نقطة وحيدة يطلب تعيينها

التمرين الثاني : (4 نقاط)

كيس به 7 كريات منها 4 حمراء (R) و 3 سوداء (N) . نسحب منه كريتين على التوالي كما يلي :
إذا كانت الكرة الأولى المسحوبة سوداء فإننا نعيدها إلى الكيس قبل السحب الثاني و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس

1) أحسب إحصائيات الأحداث التالية :

أ) الحصول على كريتين من نفس اللون

ب) الحصول على كريتين مختلفتي اللون

ج) الحصول على كريتين حمراوين

د) الحصول على كرة سوداء على الأقل

(3) ليكن X المتغير العشوائي المعروف ب : سحب كرة حمراء يربح اللاعب 50 ديناراً و سحب كرة سوداء يخسر اللاعب 25 ديناراً

أ) عين مجموعة قيم X

ب) عين قانون احتمال X و أمله الرياضي

التمرين الثالث: (5 نقاط)

(I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E) \quad z^2 - 2(1+i)z + 3 - 2i = 0$

- بين أن $-i$ هو حلاً للمعادلة (E) ثم إستنتج الحل الآخر

(II) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A = -i$ ، $z_B = 2 + 3i$ و $z_C = -4 + i$

1) أكتب على الشكل الأساسي العدد المركب : $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC

2) نعتبر التحويل النقطي f في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M'

ذات اللاحقة Z' حيث : $Z' = iZ - 1 - i$

أ) عين طبيعة التحويل f محددا عناصره المميزة

(ب) ماهي صورة النقطة B بالتحويل f

(3) لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D = -6 + 2i$

(أ) بين أن النقط A ، C و D في إستقامة

(ب) عين نسبة التحاكي h الذي مركزه A و يحول النقطة C إلى النقطة D

(4) (أ) إستنتج طبيعة التحويل $f \circ h$

(ب) جد العبارة المركبة لـ $f \circ h$

(ج) ماهي صورة النقطة B بالتحويل $f \circ h$

التمرين الرابع : (7 نقاط) المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(I) نعتبر الدالة f_m حيث $f_m(x) = \frac{e^{mx} + 2}{e^{mx} - 2}$ حيث m وسيط حقيقي

(1) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m مجموعة التعريف للدالة D_m

(2) بين أن جميع المنحنيات (C_m) تمر من نقطة واحدة يطلب تعيينها

(II) بوضع $m = 1$ ، نعتبر الدالة f_1 المعرفة على المجال $]-\infty, \ln 2[\cup]\ln 2, +\infty[$ بـ $f_1(x) = \frac{e^x + 2}{e^x - 2}$

1) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$ ثم أعط تفسيراً هندسياً

(ب) بين أن المستقيم الذي معادلته $x = \ln 2$ مقارب للمنحني (C_1)

2) أدرس تغيرات الدالة f_1 و إستنتج جدول تغيراتها

3) بين أن (C_1) يقبل مماسين موازيين للمستقيم $y = -x$

4) بين أنه من أجل كل x من D_f فإن : $f(\ln(4) - x) + f(x) = 0$. فسر النتيجة بيانياً

5) أرسم المستقيمات المقاربة لـ (C_1) و المنحني (C_1)

6) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي k عدد حلول المعادلة $(1-k)e^x + 2k + 2 = 0$

(7) (أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f_1(x) = a + \frac{be^x}{e^x - 2}$

(ب) أحسب العدد الحقيقي $I = \int_{-1}^0 [f(x) + x] dx$ ثم فسر النتيجة بيانياً

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (5 نقاط)

- (1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$
- (2) نعتبر في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقطتين A و B لا حقتاهما على الترتيب $z_A = 2\sqrt{3} - 2i$ ، $z_B = \overline{z_A}$
- أكتب على الشكل الأسى كل من z_B, z_A و $\frac{z_B}{z_A}$. إستنتج طبيعة المثلث OAB
- (3) C النقطة ذات اللاحقة $z_C = -8i$ و D صورة C بالدوران R الذي مركزه المبدأ O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$.

- (أ) بين أن لاحقة D هي $z_D = 4\sqrt{3} + 4i$
- (ب) بين أن D هي صورة B بالتحاكي h الذي مركزه المبدأ يطلب تعيين نسبته . ثم بين أن D, C, A في إستقامية
- (4) بين أن العبارة المركبة للتحويل المركب $S = h \circ R \circ h$ هي $z' = (-2 + i2\sqrt{3})$ إستنتج طبيعة و عناصر S
- (5) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z حيث $z = 4e^{i\theta}$ مع θ تمشح $\mathbb{R}$
- (أ) عين طبيعة و عناصر المجموعة (E)
- (ب) عين طبيعة و عناصر (E') صورة (E) بالتحويل S

التمرين الثاني : (4 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
- نعتبر النقط : $A(-1; 2; 2), B(-3; 2; 0), C(1; 3; 6), D(-7; 0; 4)$
- (1) (أ) بين أن النقط A, B, C تعين مستويا (P) و تمثيله الوسيطى يعطى ب :
- $$\begin{cases} x = -2\alpha + 2\beta - 1 \\ y = \beta + 2 \\ z = -2\alpha + 2\beta + 2 \end{cases} \text{ حيث } \alpha \text{ و } \beta \text{ من } \mathbb{R}$$
- (ب) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (P) هي $x + 2y - z - 1 = 0$.
- (2) (أ) بين أن المسافة بين النقطة D والمستوي (P) : $2\sqrt{6}$.
- (ب) هل يمكن أن تكون D مرجحا للنقط A, B, C ؟
- (3) (أ) عين احداثيات النقطة H ، المسقط العمودي للنقطة D على (P) .

- (ب) استنتج المسافة بين النقطة D و المستوي (P) بطريقة ثانية .
 (4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء المعرفة بـ :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 14x - 2mz + 29 = 0$$

- (أ) بين أنه من أجل $m \in \mathbb{R}$, (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها
 (ب) بوضع $m = 4$ بين أن النقطة D هي مركز (S) و نصف قطرها 6 ثم تأكد أن B تنتمي إلى (S) .
 (ج) بين أن تقاطع (S) و (P) هي دائرة (C) . يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها

التمرين الثالث : (4 نقاط)

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد الطبيعي 4^n على 7
 (2) هل العدد $(2 - 1439^{2018} - 2017^{1438})$ يقبل القسمة على 7
 (3) عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد $(1999^{3n} + 1999^{2n} + 1999^n)$ على 7
 (4) نعتبر العدد الطبيعي $A = 2a032a1$ المكتوب في النظام ذي الأساس 4
 عين قيمة العدد الطبيعي a التي من أجلها A يقبل القسمة على 7 ثم اكتب A في النظام العشري

تمرين الرابع : (7 نقاط)

(I) الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$

- 1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
 2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

(II) : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{2\ln x}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

(1) أ حسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و استنتج تفسيراً هندسياً

- (ج) بين أن المنحني (C_f) يقبل المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ مقارباً مائلاً له عند $+\infty$
 ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

$$(2) \text{ أ) بين أنه من أجل كل } x \text{ من }]0; +\infty[: f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

ب) إستنتج إتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين أنه يوجد مماس وحيد (T) للمنحني (C_f) موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلته

(4) بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل $(x'x)$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث

$$\frac{1}{2} < \alpha < 1$$

(5) أ) أنشئ المستقيمين (D) ، (T) و المنحني (C_f)

ب) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx - 2\ln x = 0$

(6) أحسب بالسم² A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها $x = 1$

$x = e$ و $y = x$.