



012345879.11.6.2017.bac2017(14)

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
دورة: 2018

بورة مسائي
2018

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 3 ساعات

اختبار : مادة الرياضيات

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

للموضوع الاول

التمرين الأول (04 نقاط):

(1)- حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(Z - 4 - 2i)(Z^2 - 2Z + 2) = 0$

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{U}; \vec{V})$ لتكن A, B, C و C نقط من المستوي لواحقها

على الترتيب : $Z_A = 1 + i$; $Z_B = 4 + 2i$ و $Z_C = \frac{9}{2} + \frac{1}{2}i$

(2)- بين ان : $Z_C - Z_B = \frac{1}{2}i(Z_A - Z_B)$

(ب)- استنتج طبيعة المثلث ABC ثم احسب مساحته

ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ونسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

(3)- اعط الكتابة المركبة للتشابه S ثم عين Z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S

(ب)- بين ان صورة المثلث ABC بالتشابه S هو المثلث BCD ثم احسب مساحته

لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MD} = 0$

(4)- عين طبيعة المجموعة (E) و حدد عناصرها المميزة

(ب)- تحقق ان النقطة C تنتمي الى (E) ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

التمرين الثاني (05 ن):

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام ; 1; 1; 1 و 3 كرات سوداء تحمل الأرقام 0; 0; 2 (لانميز بينها باللمس).

نسحب عشوائيا و في ان واحد ثلاث كرات من الكيس و نعتبر الحادثتين

A " الكرات المسحوبة لها نفس اللون "

B "مجموع ارقام الكرات المسحوبة يساوي 2 "

(1)- احسب احتمال الحادث A و بين ان احتمال الحادث B هو $P(B) = \frac{13}{35}$

نسحب عشوائيا على التوالي و بالارجاع كرتين من الكيس أي نعيد الكرة المسحوبة الى الكيس قبل السحب الموالي و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج جداء الرقمين المحصل عليهما

(2) حدد قيم المتغير العشوائي X

(3)- اعط قانون الإحتمال للمتغير X ثم أحسب امله الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث (04ن):

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{5x}{2x+3}$

1-بين ان f متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{5U_n}{2U_n + 3}$

2- (ا) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > 1$

(ب)- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (V_n) كما يلي : $V_n = 1 - \frac{1}{u_n}$

3-(ا)- بين ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

(ب)- عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = V_0^2 + V_1^2 + \dots + V_n^2$

(ج) احسب بدلالة n قيمة المجموع S_n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الرابع (07ن) :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2x^2 - \ln x$

(1)- ادرس اتجاه تغيرات الدالة g - استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 2x - 1 + \frac{1 + \ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1-(ا)- عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.

(ب) - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول التغيرات .

2-(ا)- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

(ب)- حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0; +\infty[$.

(ج)- أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (Δ)

يطلب كتابة معادلة المماس (T) عندها

3)- برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,39 < \alpha < 0,40$.

4)- ارسم (C_f) و (Δ) و (T) $\| \vec{i} \| = 1cm$ و $\| \vec{j} \| = 2cm$

5)- ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(m+1)x - 1 - \ln x = 0$

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln x)$

6-(ا)- عين دالة أصلية للدالة h التي تنعدم عند 1

(ب) - استنتج بـ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات (Δ) $x = e^{-1}$ و $x = e$

الموضوع الثاني

التمرين الاول (05.5 ن):

1- (أ) جد العددين الحقيقيين α و β حيث: $(\alpha + i\beta)^2 = -2 - 2i\sqrt{3}$

(2) - استنتج في المجموعة $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول Z التالية : $Z^2 = -2 - 2i\sqrt{3}$
المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{U}; \vec{V})$ نعتبر النقط: A و B و C التي لواحدها على الترتيب: $Z_A = -1 + i\sqrt{3}$ و $Z_B = -1 - i\sqrt{3}$ و $Z_C = 2$

1- (أ) - بين ان : $Z_B - Z_C = e^{i\frac{\pi}{3}} (Z_A - Z_C)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

(ب) - عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC

تكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: $Z = 2(-1 + e^{i\theta})$ مع $(\theta \in \mathbb{R})$

1- (أ) - بين ان (E) هي دائرة مركزها النقطة w ذات اللاحقة $Z_w = -2$ يطلب تحديد نصف قطرها

(ب) - تحقق ان النقطتين A و B تنتميان الى المجموعة (E)

(ج) - بين ان (C) هي صورة (E) بالدوران R الذي مركزه النقطة A و يحول النقطة B الى النقطة C

ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة O ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $-\frac{\pi}{4}$

1- (أ) - اعط الكتابة المركبة للتشابه S

(ب) - بين ان لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتشابه المباشر S هي: $Z_D = (\sqrt{3} - 1) + i(\sqrt{3} + 1)$

- اكتب كل من Z_A و Z_D على الشكل الاسي ثم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos \frac{5\pi}{12}$ و $\sin \frac{5\pi}{12}$

التمرين الثاني (05.5 ن):

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = \frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4}$

1 - عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n + 4}$

2- (أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $-2 < U_n < 1$

(ب) - بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $U_{n+1} - U_n = \frac{-U_n^2 - U_n + 2}{U_n + 4}$ ثم استنتج اتجاه تغير (U_n)

(ج) - بين ان المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها

لتكن (V_n) المتتالية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كمايلي : $V_n = \frac{2 + U_n}{1 - U_n}$

1- (أ) - بين أن (V_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

(ب) - أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{5}{V_1} + \frac{5^2}{V_2} + \dots + \frac{5^n}{V_n}$

(ج) - عبر بدلالة n عن المجموع S_n

التمرين الثالث (04ن):

يحتوي كيس على 10 كرات متشابهة لا نميز بينها عند اللمس موزعة كما يلي 4 كرات حمراء و 6 كرات بيضاء

نسحب عشوائيا و في ان واحد كرتين من الكيس ونعتبر الحادثين

A "الكرتان المسحوبتان حمراوان "

B "الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين "

(1)-احسب كل من $P(A)$ و $P(B)$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس بعد كل سحبة

(2) -عين قيم المتغير العشوائي X

(3)- بين ان : $P(X = 3) = \frac{8}{15}$

(ب)-اعط قانون الاحتمال للمتغير X ثم احسب امله الرياضي $E(X)$

التمرين الرابع (05ن):

لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $f(x) = x + \ln 4 + \frac{2}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1)-احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2)-احسب من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + f(-x)$ ماذا نقول عن النقطة $A(0; 1 + 2 \ln 2)$

(3) أدرس اتجاه تغير f الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

(4)- ا- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m المعادلة : $f(x) = m$ تقبل حلا وحيدا في IR

a عدد حقيقي يحقق : $f(a) = 2$

(ب)-من أجل أية قيمة لـ m يكون $-a$ حلا للمعادلة $f(x) = m$ ؟

(5)- أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x + 2 + \ln 4 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

(ب)- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + \ln 4$ و المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 2 + \ln 4$

مقاربان مائلان للمنحنى (C_f)

(6)-نضع من اجل كل عدد حقيقي α موجب تمثاما : $I(\alpha) = \int_0^\alpha [f(x) - x - \ln 4] dx$

(أ)-بين أن : $I(\alpha) = 2 \ln \left(\frac{2e^\alpha}{e^\alpha + 1} \right)$

(ب)-عين القيمة المضبوطة لـ α التي تحقق $I(\alpha) = 1$

انتهى الموضوع الثاني