

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

✳️ **التمرين الأول:** (4.5 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 = -2 + 2i\sqrt{3}$ و أكتب الحلول على الشكل الأسّي
2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C, D و لواحقها:
أح أنشئ النقط A, B, C, D
ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسّي، ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC
ج) عيّن مركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC
3. يبين أن العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018} \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^{1439} \times \left(\frac{z_D}{2}\right)^{1954}$ حقيقي.
4. لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللائحة z حيث: $(z - z_A)(\bar{z} - z_D) = z_B \bar{z}_B$
أح عيّن طبيعة المجموعة (E) مع تحديد عناصرها المميزة.
ب) عيّن (E') صورة (E) ب التحاكي h الذي مركزه A و نسبته -2
5. لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللائحة z حيث: $\arg(i(\bar{z} - z_A)) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ حيث $(k \in \mathbb{Z})$
- عيّن طبيعة المجموعة (Γ) .

✳️ **التمرين الثاني:** (4.5 نقاط)

- يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2 و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2، 3 نعتبر أن جميع الكرات متماثلة و لا يمكن التمييز بينها باللمس.
- نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2
1. أحسب إحتمال الحوادث التالية:
الحادثة A : الحصول على 3 كرات تحمل نفس الرقم
الحادثة B : من بين الكرات المسحوبة توجد على الأقل كرتين تحملان الرقم 2.
الحادثة C : جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاثة يساوي 6.
 2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1
أح عيّن قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي
ب) أحسب التباين و الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

✳️ التمرين الثالث: (4 نقاط)

$$(I) \quad \begin{cases} U_1 + 2U_2 + U_3 = 100 \\ U_1 \times U_3 = 256 \end{cases} : \text{أساسها } q$$

1. $\Rightarrow$ أحسب كل من U_1 ، U_2 ، U_3 و الأساس q ، ثم تحقق أن $U_n = 4^n$.
2. $\Rightarrow$ أحسب بدلالة n كل من المجموع: $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ و الجداء $P_n = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$
- (II) 1. $\Rightarrow$ أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 5^n على 7
2. $\Rightarrow$ يبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $19^{6n+9} + 2^{6n+4} + 50^{3n+2} - 5^{6n+4} \equiv 0 [7]$
3. $\Rightarrow$ نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S'_n = \frac{1}{\ln 2} [\ln 4 + \ln 4^2 + \dots + \ln 4^n]$
- أحسب S'_n بدلالة n ، ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S'_n + 3n^2 - n - 5^{2018} \equiv 0 [7]$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

$$(I) \quad \text{نعتبر الدالة } g \text{ المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ بـ: } g(x) = x^2 - 1 - 2 \ln(x)$$

1. $\Rightarrow$ أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. $\Rightarrow$ إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

$$(II) \quad \text{نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ بـ } f(x) = x + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm)

1. أ) $\Rightarrow$ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) برهن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ، ثم إستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. $\Rightarrow$ أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$

ب) أحسب $f'(1)$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ج) إستنتج أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

3. أ) $\Rightarrow$ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى مستقيم المقارب المائل (Δ) .

4. $\Rightarrow$ أ) يبين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث: $0.3 < \alpha < 0.4$

ب) أنشئ (Δ) و (C_f) .

5. $\Rightarrow$ أ) أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها: $y = x$ ، $x = 1$ و $x = \lambda$

حيث λ عدد حقيقي أكبر تماما من e

ب) عيّن قيمة العدد الحقيقي λ بحيث: $S(\lambda) = \frac{4}{3} \text{cm}^2$

إتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

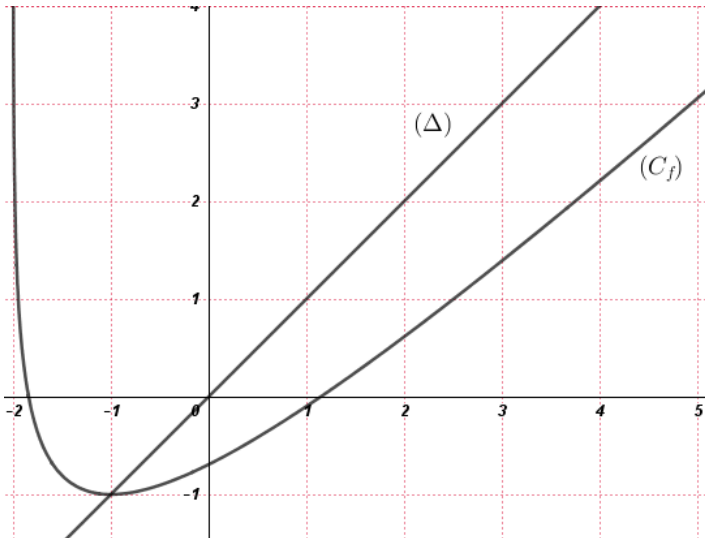
* التمرين الأول: (5 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z الآتية: $(z-3)(z^2-4z+13)$
2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$
نعتبر النقط A, B, C و D لواقعها: $z_A = i, z_B = 3, z_C = 2 - 3i, z_D = 2 + 3i$ على الترتيب.
أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الأسّي، ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC .
ب) أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه A و يحول B إلى C ، ثم حدّد نسبته و زاويته
3. أ) عيّّن المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ من المستوي بحيث: $\arg(z - z_A)^2 = 2 \arg(z_A) + \arg(z - z_B)^2$
ب) عيّّن طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S مع تحديد عناصرها المميزة.
4. نعرف متتالية النقط $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ كما يلي: $A_{n+1} = S(A_n)$ و $z_0 = 1 + i$ حيث (z_n) لاحقة النقط (A_n)
أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n = (1 - i)^n + i$
ب) عيّّن قيم n الطبيعية حتى تنتمي النقط A_n إلى المستقيم (AD) .

* التمرين الثاني: (4 نقاط)

- (I) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $5x - 6y = 3 \dots (1)$
1. بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (1) فإنّ x مضاعف للعدد 3.
2. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1)، ثم عيّّن الأعداد الصحيحة b بحيث: $\begin{cases} b \equiv -1 [6] \\ b \equiv -4 [5] \end{cases}$
- (II) 1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9
2. بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (1) حيث x و y عددين طبيعيين، فإن العدد: $2^{2017} \times 3 - 4^{3y} - 2^{x-1}$ مضاعف للعدد 9.
- (III) A و B عددان طبيعيين حيث: A يكتب $\overline{1\alpha 0\alpha 00^3}$ في النظام ذي الأساس 3 و B يكتب $\overline{\alpha\beta 0\alpha^5}$ في النظام ذي الأساس 5
- عيّّن α و β حتى تكون الثنائية $(A; B)$ حل للمعادلة (1).

التمرين الثالث: (4 نقاط)



نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = x - \ln(x+2)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$

1. أحسب $f(-1)$ ثم بقراءة بيانية حدّد إتجاه تغير الدالة f

2. نعرف المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$U_{n+1} = f(U_n) : n \text{ عدد طبيعي}$$

أ) أنقل الشكل المقابل، ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0, U_1, U_2, U_3 (دون حساب الحدود)

- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها إطلاقاً من التمثيل السابق

2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : U_n \geq -1$

ب) بين أن (U_n) متناقصة تماماً، ثم إستنتج أنها متقاربة و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

3. نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة بحدّها الأول $V_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:

$$V_n = \ln [(U_0 + 2) (U_1 + 2) \times \dots \times (U_{n-1} + 2)]$$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : V_n = 3 - U_n$

ب) إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} [(U_0 + 2) (U_1 + 2) \times \dots \times (U_{n-1} + 2)]$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2x + 1)e^x - 1$

1. أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x(1 - e^{-x})^2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm)

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ و فسر النتيجة هندسياً.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ) .

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = (e^{-x} - 1)g(-x)$

ب) إستنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4. أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى المماس (T)

ج) إستنتج أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتها،

د) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) . $(f(-\frac{5}{4}) \approx -7.75)$

5. ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = mx$

6. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x : 2f(x) + 3f'(x) + f''(x) = 3 + 2x - 2e^{-x} - e^{-2x}$

ب) أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = x$ ، $x = 0$ و $x = 1$

إتتهى الموضوع الثاني