المؤسسة: ثانوية – عبد الحفيظ بوالصوف -
المستوى: 3 علوم تجريبية

السنة الدراسية: 2017- 2018.
المدة الزمنية:2 سا.

اختبار الثلاثي الثاني في مـــادة الرياضيـــــــات

التمرين الأول:

1. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة, المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$.
2. في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$, نعتبر النقط A , B, C , D لاحقاتها على الترتيب :

$$z_A = 1 + i \ , \ z_B = -1 + i \ , \ z_C = -1 - i \ , \ z_D = \bar{z}_A$$

ا. تحقق ان A, B, C, D من نفس الدائرة التي يطلب تحديد عناصرها.

ب. اكتب على الشكلين الجبري والاسي العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_A}$ ثم بين ان الرباعي ABCD مربع .

ج. (E) مجموعة النقط M دات اللاحقة z غير المعدومة التي تحقق : $\arg(i\bar{z}^2) = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi \ / k\epsilon\mathbb{Z}$

- برهن ان النقطة ω .دات اللاحقة $z_\omega = i\sqrt{2} - 2i$ من (E).
- حدد طبيعة المجموعة (E) .

د. T التحويل النقطي الدي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث $z' - z + i\sqrt{2} = 1$

- حدد نوع T وعناصره المميزة ثم استنتج صورة المجموعة (E) بواسطته.

.التمرين الثاني:

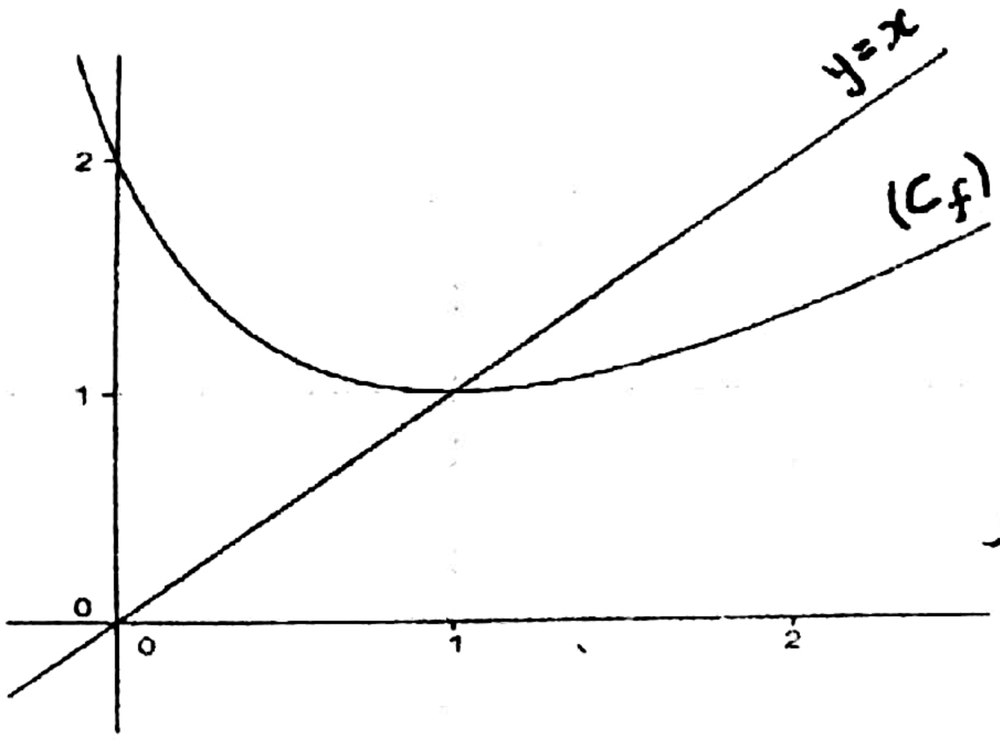
نعتبر الدالة f المعرفة على $[0,2]$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

1. ادرس اتجاه تغير f على المجال $[0.2]$.

- استنتج انه اذا كان $x\epsilon[1,2]$ فان $f(x)\epsilon[1,2]$.

2. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب :

$u_0 = 2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$



- انقل الشكل المقابل على ورقة اجابتك , ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_2, u_1, u_0 مبرزا خطوط الرسم.
- ضع تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب (u_n)

3. برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$.

- بين ان (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.
- استنتج ان (u_n) متقاربة , ثم احسب نهايتها.

4. برهن انه من اجل كل n من N : $0 < \frac{u_n - 1}{u_n + 1} \leq \frac{1}{3}$,ثم تحقق ان $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$

- استنتج انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ثم اوجد مرة أخرى $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
- نضع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ برهن انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$:

$$n < S_n \leq n + \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$$

ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n}$

اقلب الصفحة

اختر احد التمرينين الثالث او الرابع للإجابة

التمرين الثالث

في مسابقة للتوظيف ,وضعت مجموعة أوراق أسئلة لا نفرق بينها باللمس ,في صندوق ,منها 3اوراق لمادة الرياضيات , 2 ورقة للفيزياء , 2 ورقة للأدب العربي و 1 ورقة للعلوم الطبيعية.

يختار كل مترشح 3 أوراق في ان واحد .

1. احسب احتمال كل حادثة مما يلي :
   - A : جميع الأوراق المسحوبة لنفس المادة.
   - B : سحب ورقة على الأقل لمادة الرياضيات .
   - C : سحب سؤال واحد في كل مادة ماعدا الرياضيات
2. نعرف متغير عشوائي X الدي يرفق بكل عملية سحب عدد أوراق أسئلة مادة الرياضيات
   - عرف قانون احتمالP للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي.
   - احسب $P(|X| \leq 2)$ و $\mathrm{P}(X^2 - 2X + 1 > 0)$.
   - استنتج الامل الرياضياتي لهده التجربة ادا سحبنا ورقة سؤال لكل مادة من الصندوق.

التمرين الرابع

يحتوي صندوق على 7 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء , كلها متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق ونسجل لونها ,ثم نعيدها الى الصندوق ونسحب منه كرية أخرى ونسجل لونها , وتنهي التجربة.

1. احسب احتمال كل من الحادثتين التاليين :
   - A : الحصول على كريتين بيضاويتين .
   - B : الحصول على كريتين من نفس اللون.
2. نعرف لعبة الحظ تمنح لكل كرية بيضاء مسحوبة العلامة α ولكل كرية سوداء مسحوبة العلامة $(-\alpha)$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ وليكن X المتغير العشوائي الدي يرفق بكل سحب مجموع النقطتين المحصل عليهما .
   - عين قانون احتمال للمتغير العشوائي X واحسب املة الرياضياتي.
   - عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحة.
3. نضيف $(n - 3)$ كرية سوداء الى الصندوق ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه.
   - ما هو عدد الكريات السوداء التي أضيفت الى الصندوق علما ان احتمال الحادثة A هو $\frac{1}{4}$

انتهى و بالتوفيق للجميع