

التمرين الاول : (08 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة $\mathbb{N}$ على بحددها الاول u_0 ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1}$

1. تحقق انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$

2. برهن بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $0 < u_n < \frac{1}{2}$

3. تحقق انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1 - 2u_n)}{2u_n + 1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية

(u_n)

4. استنتج تقارب المتتالية (u_n)

5. نضع من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n - 1}$

(أ) اثبت ان المتتالية (v_n) متتالية هندسية اساسها $q = 6$

(ب) اكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان: $u_n = \frac{2^n}{3 + 2^{n+1}}$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة $5x - 6y = 3$(1)

1. اثبت انه اذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (1) فان x مضاعف للعدد 3

2. استنتج حلا خاصا للمعادلة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ثم حل في المعادلة (1).

3. استنتج حلول الجملة E ، حيث $E: \begin{cases} x \equiv -4[6] \\ x \equiv -1[6] \end{cases}$

4. حلل العدد 2016 الى جداء عوامل اولية ، ثم استنتج الاعداد التي مربعاتها تقسم العدد 2016

5. نضع $d = \text{pgcd}(a; b)$ و $m = \text{ppcm}(a; b)$ عين العددين الطبيعيين a ، b حيث ان $m^2 - 2d^2 = 2016$

التمرين الثالث: (06 نقاط)

1. بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان العدد $3n^3 - 11n + 48$ يقبل القسمة على $n + 3$

2. بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان العدد $3n^2 - 9n + 16$ عدد طبيعي غير معدوم

3. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n اكبر من او يساوي 2 فان :

$$\text{pgcd}(3n^3 - 11n; n + 3) = \text{pgcd}(48; n + 3)$$

4. عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48 ، ثم استنتج مجموعة الاعداد الطبيعية n التي يكون من اجلها

$$\frac{3n^3 - 11n}{n + 3} \text{ العدد طبيعي}$$

بالتوفيق للجميع