

ملاحظة

✓ تمنح نقطة واحدة على تنظيم ورقة الإجابة

السؤال النظري: (نقطة واحدة):

✓ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$.

حيث: C_n^p ترمز إلى عدد التوفيقات ذات p عنصراً من مجموعة ذات n عنصراً مع: n و p عدنان طبيعيين. و $(n \geq p \geq 0)$.

التمرين الأول: (07 نقاط):

✓ ملاحظة: أسئلة الأجزاء الثلاثة مستقلة عن بعضها البعض

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة (لا يمكن التمييز بينها باللمس) منها 5 حمراء و 3 زرقاء و 2 صفراء.

الجزء الأول:

نسحب عشوائياً 3 كرات و في آن واحد.

✓ ماهو عدد الحالات الممكنة لهذا السحب.

✓ أحسب احتمال كل من الحادثتين التاليتين :

✓ A : " تظهر الألوان الثلاثة في السحب".

✓ B : " من بين الكرات المسحوبة توجد على الأقل واحدة زرقاء".

✓ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الزرقاء المسحوبة.

✓ عين قانون احتمال المتغير العشوائي X . و أحسب أمله الرياضي.

✓ أوجد $P(e^x \geq e)$.

الجزء الثاني: نفرض أن الكرات المسحوبة في الجزء الأول كلها زرقاء و لم تُعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كرتين على التوالي و بدون إرجاع.

- أجب بـ : صح أو خطأ مع التبرير:

✓ عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو 42.

✓ احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون هو $\frac{10}{42}$.

✓ احتمال أن تكون الكرة الثانية حمراء علماً أن الأولى صفراء هو $\frac{1}{6}$.

الجزء الثالث: نفرض أن الكرات المسحوبة في الجزء الثاني مختلفة اللون و لم تُعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كرتين على التوالي و بإرجاع الكرة المسحوبة.

✓ بين أن : $P_{R_2}(J_1) = \frac{1}{5}$.

حيث: R_2 تعني الكرة الثانية حمراء و J_1 تعني الكرة الأولى صفراء.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، النقط A, B و C التي لواحقها على الترتيب :

$$z_C = 2i, \quad z_B = 1 + i(\sqrt{3} + 2), \quad z_A = \sqrt{3} + i$$

(1) أكتب على الشكل الجبري ثم المثلي العدد المركب L حيث: $L = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$.

- استنتج طبيعة المثلث ABC .

- علم بدقة النقط: A, B و C .

- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $(L)^{n+1}$ حقيقياً موجباً تماماً.

(2) (Y) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي المركب ذات اللاحقة z بحيث: $(Y): z - 3i - 2e^{i\theta} = (i)^{1439}$ ، و θ يسمح $\mathbb{R}$.

- بين أن المجموعة (Y) هي الدائرة ذات المركز C ، و نصف القطر $|z_A|$. ثم أنشئها.

(3) عين z_D لاحقة D نظيرة B بالنسبة إلى C . ثم عين z_E لاحقة E حتى يكون الرباعي $BEDA$ متوازي أضلاع.

- استنتج بدقة طبيعة الرباعي $BEDA$.

(4) أثبت - هندسياً - أن العدد $\left(\frac{z_B - z_E}{z_D - z_E} \times \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} \right)$ حقيقي سالب تماماً.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

الجزء الأول: g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{x+1} + x + 2$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[-2.5; -2.2]$. ثم استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: f نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{(x+1)e^{x+1}}{e^{x+1} + 1}$.

C_f تمثلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $(\|\vec{i}\| = 2cm)$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. (تذكير: $\lim_{u \rightarrow +\infty} (ue^u) = 0$).

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)e^{x+1}}{(e^{x+1} + 1)^2}$.

- استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن $f(\alpha) = \alpha + 2$. ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-1} .

- عين دون حساب: $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - \alpha - 2}{x - \alpha} \right)$ و فسر النتيجة هندسياً.

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x + 1 - \frac{x+1}{e^{x+1} + 1}$.

- استنتج أن C_f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار $+\infty$. يُطلب تعيين معادلة له.

- أدرس الوضع النسبي بين C_f و Δ .

(5) أنشئ Δ و C_f في المعلم السابق.

(6) ناقش بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = mx + 1$.

الأستاذ: زيرة يتمنى التمتع للجميع

المثابرة تغلب الذكاء... والصبر يغلب الحظ..... والعبرة بالنتيجة