

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) $7x - 13y = 1$

(1) برهن أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x; y)$ حيث : $y = 7k + 1$; $x = 13k + 2$ و $k \in \mathbb{Z}$

(2) لتكن x و y أعدادا طبيعية تحقق : $\begin{cases} n = 7x + 2 \\ n = 13y + 3 \end{cases}$

(ا) اثبت ان $(x; y)$ حل للمعادلة (E)

(ب) نعتبر الجملة (S) ألآئية : $\begin{cases} n \equiv 2[7] \\ n \equiv 3[13] \end{cases}$ أثبت أن n حلا للجملة (S) اذا وفقط اذا كان $n \equiv 16[91]$

ليكن k عددا طبيعيا

(أ) عين باقي القسمة الاقليدية لكل من 2^{3k} و 3^{3k} على 7 و 13 على الترتيب

(ب) تحقق أن العدد 2018 حلا للجملة (S)

(ت) عين باقي القسمة للعدد $2018^{2019} + 2018^{1962}$ على 91

التمرين الثاني

f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر هندسيا النتيجة

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول التغيرات

(3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) الممثل للدالة f بالنسبة الى $y = 1$: (d)

(4) بين أن المنحنى (C) يقبل مماس (T) يشمل النقطة $\omega(0; 1)$ ويمس في نقطة يطلب تعيين احداثيتها ثم اكتب معادلته

(5) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C)

(6) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كم يلي : $g(x) = 1 + \frac{\ln|x|}{x}$

(أ) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}^*$ $g(-x) + g(x) = 2$ ثم استنتج ان المنحنى (δ) الممثل لهذه الدالة يقبل مركز

تتأطر يطلب تعينه ثم أنشئ المنحنى (δ)

(ب) m وسيط حقيقي ; (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx + 1$ بين انه عندما يتغير m على $\mathbb{R}$ فان جميع

المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة $\omega(0; 1)$

(ج) ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x) = mx + 1$

التمرين الثالث : في تجربة عشوائية ما نسمي Ω المجموعة الشاملة (مجموعة الإمكانات الناتجة للتجربة)

نعتبر الحوادث A ; B و C من المجموعة Ω وليكن P الاحتمال المعرف على Ω بحيث :

$P(C) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A) = 0,3$; $P(A \cup B) = 0,2$; $P(\bar{A} \cap C) = 0,5$

(1) احسب ما يلي : $P(A \cap B)$ و $P(\bar{A} \cup C)$ و $P(\bar{A} \cap B)$

(2) بين أن الحدثين A و B غير مستقلين

(3) بين أن $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A} \cap B)$