

التمرين الثالث: (09 نقاط)

g دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

① ادرس اتجاه تغير الدالة g .

② احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء II: f دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

② بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

③ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

④ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعيتهما النسبية.

⑤ بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

⑥ ارسم كل من (Δ) و (C_f) .

⑦ ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $x^2 - mx - \ln x = 0$.

الجزء III: نعتبر الدالة h المعرفة على IR بـ: $h(x) = f(e^x)$.

① بين أنه من أجل كل x من IR لدينا: $h(x) = \frac{e^{2x} - x}{e^x}$.

② استنتج جدول تغيرات الدالة h .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: أفلح بن عبد الوهاب / تيارت / السنة الدراسية: 2017 – 2018

المستوى: الثالثة ثانوي الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات المدة : 03 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

الجزء I: إليك شجرة الإحتمالات التالية:

انقل الشجرة ثم أتممها.

الجزء II: بالاعتماد على الشجرة اختر جواباً صحيحاً من بين الإقتراحات التالية مع تعليل جوابك.

① الإحتمال $P(A \cap B \cap C)$ هو:

أ) 1,3 ب) 0,4 ج) 0,072

② الإحتمال $P(C)$ هو:

أ) 0,1344 ب) 0,2064 ج) 0,072

③ الإحتمال $P(\bar{B})$ هو:

أ) 0,54 ب) 0,42 ج) 0,072

④ الإحتمال $P_{A \cap B}(\bar{C})$ هو:

أ) 0,2536 ب) 0,6 ج) 0,88

⑤ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو:

أ) $E(X) = 1,1376$ ب) $E(X) = 1$ ج) $E(X) = 3,1020$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$

1 أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

احسب S_n بدلالة n ، ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

2 نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ln(v_n)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري).

أ) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) احسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ ، إستنتج النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} S''_n$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

g و f دالتان معرفتان على IR كما يلي: $g(x) = 1 - x e^x$ و $f(x) = \frac{e^x + x + 2}{e^x + 1}$.

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2 أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,5 < \alpha < 0,6$.

ب) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

3 ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4 بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة

للمستقيم (Δ) .

5 بيّن أنّ: $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم أعط حصر لـ $f(\alpha)$.

6 انشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

7 ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $m e^x + e^x - x + m = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعرف متتالية (u_n) على المجموعة N بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - n - \frac{3}{2}$.

1 أ) احسب الحدين u_1 و u_2 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) برهن أنه من أجل كل عدد n : $u_n = 2^{-n} - 2n + 1$

2 (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = u_n + \alpha n - 1$

أ) عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) متباعدة.

ب) بين أنه من أجل كل عدد n : $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}(\alpha - 2)(n + 2)$

ج) استنتج قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تحديد أساسها q وحدها الأول v_0 .

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

3 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط $A; B; C$ و G حيث:

$$4\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} + \lambda\overrightarrow{GC} = \vec{0} \text{ مع } \lambda \text{ عدد حقيقي.}$$

عَيّن λ حتى تكون النقطة G مرجحا للنقط $A; B$ و C المرفقة بالمعاملات $S_0; S_1; S_2$ على الترتيب.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

يحتوي صندوق على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد: 0 ; 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 وكرتين سوداوين تحملان العددين 0 ; 1 (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس).

التجربة هي سحب كرتين في آن واحد

1 احسب إحتمال كل من الحوادث التالية:

A: " للكرتين المسحوبتين نفس اللون "

B: " الكرتان المسحوبتان تحملان عددين جداؤهما معدوم "

C: " الكرتان المسحوبتان تحملان عددين مجموعهما عدد فردي "

2 X المتغير العشوائى الذي يرفق بكل سحبة ممكنة مجموع عددي الكرتين المسحوبتين

أعط قانون احتمال المتغير العشوائى ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$