

ملاحظة

يُمنح نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ عَلَى تَنْظِيمِ وَرَقَةِ الْإِجَابَةِ

السُّؤَالُ النَّظَرِي: (نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ)

① f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x) = 2x + 3$.

بَرِّرْ لِمَاذَا: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$.

② f دالة عددية معرفة وقابلة للإشتقاق على المجموعة D .

إذا كانت f ثابتة على D فإن الدالة المشتقة للدالة f تنعدم من أجل كل قيمة من D .

أثبت أن العكس ليس دائما صحيح.

التمرين الأول: (07 نقاط): أجب بـ: صغ أو خطأ مع التبرير.

(1) إذا كان: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ فإن $f(x) = g(x)$ (يمكن التبرير بمثال واحد فقط).

(2) $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x + 1] = \frac{3}{2}$ تكافئ أن: المستقيم ذو المعادلة $y = -2x + \frac{1}{2}$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f .

(3) من أجل كل عددين حقيقيين سالبان تماما: a و b : $\ln(a \times b) = \ln(-a) + \ln|b|$.

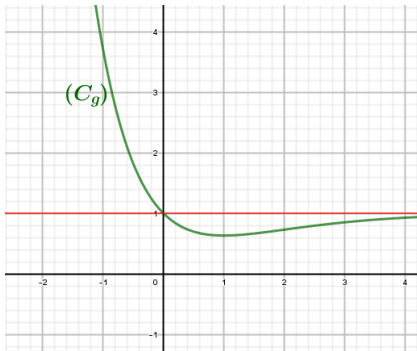
(4) $3 \ln(\sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}}) + 12 \ln\left(\sqrt[6]{\sqrt[5]{4(3 - 2\sqrt{2})^{10}}}\right) = 0$

(5) المعادلة $(x)^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}_+^*$.

(6) $1 + 3^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{2}{2}} + 3^{\frac{3}{2}} + \dots + 3^{\frac{n}{2}} = -\frac{1}{2} \left(1 - (\sqrt{3})^{n+1}\right) (1 + \sqrt{3})$ حيث $(n \in \mathbb{N})$.

(7) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و في الشكل 01 جدول تغيراتها.

و g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و في الشكل 02 تمثيلها البياني.



الشكل 02

X	$-\infty$	1	$+\infty$
f(x)	4	2	$+\infty$

الشكل 01

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x) = 2$

f و g دالتان عدديتان معرفتان و قابلتان للإشتقاق عند العدد الحقيقي x_0 .

بحيث: $f(x_0) = g(x_0) = 0$ و $g'(x_0) \neq 0$.

(1) هل الدالتان f و g مستمرتان عند القيمة x_0 ؟ برّر إجابتك.

(2) بين أنّ: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$.

(3) استنتج: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x) + \cos(x) - 1}{x^2 - x} \right)$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $f(x) = e \ln(x) - x$

C_f تمثلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(0; \bar{i}; \bar{j})$

(1) أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال التعريف.

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها. ثم استنتج إشارة الدالة f على $\mathbb{R}_+^*$.

(3) قارن بين العددين: e^π و π^e .

(4) عين معادلة لـ T مماس المنحنى C_f في النقطة A ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

بين أنّ المعادلة $e \ln x = x - 3$ تقبل حليْن فقط α و β حيث $\alpha \in]0; 1[$ و $\beta \in]8.9; 9[$.

استعمل الجدول أدناه من أجل استنتاج أحسن حصر للعدد α سعته 10^{-1} .

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	-6,36	-4,57	-3,57	-2,89	-2,38	-1,99	-1,67	-1,41	-1,19	-1

(5) أنشئ C_f على المجال $]0; \beta]$ في المعلم السابق.

(6) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = m + 1$.

(7) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = e \ln(x+1) - x$.

تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$ فإنّ $g(x) = f(x+1) + 1$.

اشرح- دون رسم - كيفية إنشاء C_g انطلاقاً من C_f .

(8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $h(x) = x \left(e(\ln(x) - 1) - \frac{1}{2}x \right)$.

بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}_+^*$ فإنّ: $h'(x) = a \ln x + bx + c$ حيث a, b و c أعداد حقيقية يُطلب تعيينها.

أحسب نهاية الدالة h عند أطراف مجال التعريف.

استنتج إتجاه تغير الدالة h .

الأستاذ: زيرة يتمنى الشّجاع للجميع

من رام العلي من غيرك * أضع العبرني طلب المحال

بقدر الكد نكتسب المعالي * و من أراد العلي سهر الليالي