الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **متقن شعلال مسعود–قالمة–**

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي **دورة : ماي 2018**

الشعبة : آداب و فلسفة +لغات أجنبية **المدة: 02 سا و 30 د**

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول : (06 نقاط)

ليكن العدد الصحيح $a = 100$

1. عين باقي قسمة العدد a على 3.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $10^n - 1 \equiv 0[3]$.
3. استنتج باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3.
4. بين أن العدد $7 \times 10^{2018} + 5 \times 10^{1439}$ يقبل القسمة على 3.
5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العددان $n - 2$ و 10^n متوافقين بتردد 3.

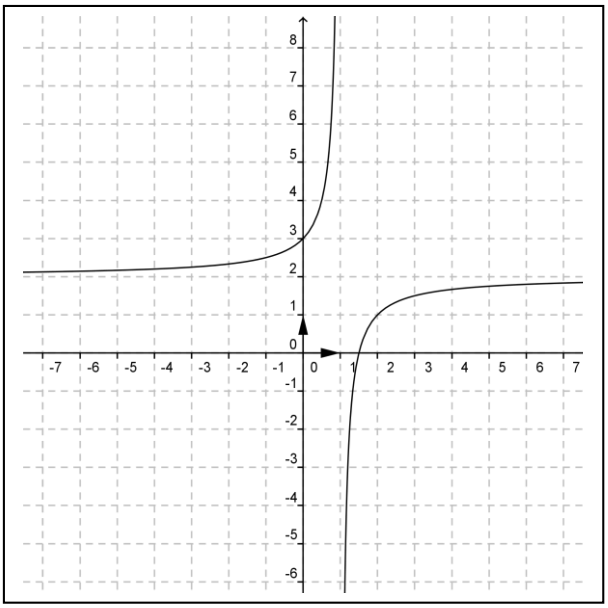
التمرين الثاني: (06 نقاط)

في سنة 2005 بلغ عدد سكان إحدى بلديات ولايةَ A 7500 نسمة، ويزداد عدد السكان في هذه البلدية بنسبة 2% من سنة إلى أخرى. نرمز بـِ v_n إلى عدد سكان هذه البلدية خلال السنة $2005+n$.

1. عين v_0 ثم أحسب v_1 و v_2.
2. أوجد علاقة بين v_{n+1} و v_n.
3. تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 1,02 .
4. عبر عن عبارة الحد العام v_n بدلالة n.
5. كم من المتوقع أن يصل عدد السكان في هذه البلدية في سنة 2020؟(تعطى النتيجة مدورة إلى الوحدة)

اجعل شعارك : أنا مصمم على بلوغ الهدف فإما أن أنجح ... و إما ... أن أنجح

التمرين الثالث: (08 نقاط)



I. f دالة ناطقة معرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

(Cf) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (انظر التمثيل المقابل)

1. بقراءة بيانية ضع تخمينا لنهايات الدالة f.
2. حدّد من البيان معادلات للمستقيمات المقاربة للمنحني (Cf).
3. صِف اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين من البيان حلول المعادلتين $f(x) = 3$ ، $f(x) = 1$
5. عين من البيان حلول المتراجحة $f(x) > 3$.

II. نعتبر الآن أن الدالة f معرفة بالعبارة $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$.
2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم تأكد من تحمينك السابق.
3. احسب $f'(x)$ عبارة مشتقة الدالة f على مجموعة تعريفها.
4. أثبت وجود مماسين للمنحني (Cf) ، معاملا توجيههما مساويان لـ 1، عند نقطتين مختلفتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبية لشعبة آداب وفلسفة ولغات

الموضوع الأول:

التمرين الاول

1	100 على 3 هو 1 لأن 100 = 33(3)+1	1
2	لدينا: $10 \equiv 1[3]$ اذن $10^n \equiv 1^n[3]$ أي: $10^n \equiv 1[3]$ ومنه $10^n - 1 \equiv 0[3]$	1
3	$a^7 \equiv 1[3]$ ومنه $4a^7 \equiv 4[3]$ إذن : $4a^7 - 6 \equiv 4 - 6[3]$ أي $4a^7 - 6 \equiv -2[3]$ وبالتالي $4a^7 - 6 \equiv 1[3]$ يعني أن باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3 هو 1	1
4	لدينا: $10^n \equiv 1[3]$ إذن: $10^{2017} \equiv 1^{2017}[3]$ وكذلك: $10^{1438} \equiv 1^{1438}[3]$ ، إذن: $(7)10^{2017} \equiv 7[3]$ و $(5)10^{1438} \equiv 5[3]$ إذن: $(7)10^{2017} + (5)10^{1438} \equiv 12[3]$ وبما أن 12 مضاعف ل 3 فإن العدد $(7)10^{2017} + (5)101438$ مضاعف للعدد 3	1.5
5	يكون العددان متوافقان بتردد 3 عندما يكون لهما نفس باقي القسمة على 3، بما أن $10^n \equiv 1[3]$ وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k \; ; \; k \in Z$ $n-2 \equiv 1[3]$ أي: $n \equiv 0[3]$. وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k \; ; \; k \in Z$	1.5

التمرين الثاني:

1	$v_0 = 7500$ حساب v_1 و v_2 و $v_1 = v_0 + 0.02v_0 = 7500+0.02(7500) = 7650$ $v_2 = v_1 + 0.02v_1 = 7650+0.02(7650) = 7803$	1.5
2	**كتابة v_n بدلالة v_{n+1}** $v_{n+1} = v_n + 0,02v_n = v_n (1+0 .02)$ $v_{n+1} = (1 .02) v_n$	1
3	**إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية : v_{n+1}** $v_{n+1} = 1 .02 v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فالمتتالية هندسية أساسها 1 ;02	0.5
4	**كتابة v_n بدلالة n** $v_n = v_0(1 ;02)^n = 7500 (1 ;02)^n$	1.5
5	**عدد السكان المتوقع سنة 2020** : نحسب الدليل n السنة : n = 2020-2005 =15 $u_{15} = 7500 (1 ;02)^{15} = 10094$	1.5

التمرين الثالث

1	**حساب النهايات** $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ = $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x\to1^{<}} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to1^{>}} f(x) = -\infty$ =+∞	1
2	معادلات المستقيمات المقاربة: $y = 2$ ،$x = 1$	1
3	**اتجاه تغير الدالة f** : متزايدة تماما على $]-\infty;1[$ وعلى $]1;+\infty[$ x: $-\infty$; 1 ; $+\infty$ $f(x)$: 2 ↗ $+\infty$	1
4	**حلول المعادلة** $f(x) = 3$ هي $\{0\}$. حلول المعادلة $f(x) = 1$ هي $\{2\}$	1
5	حلول المتراجحة $f(x) > 3$ هي $]0;1[$	1
6	$2 - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)-1}{x-1} = \frac{2x-2-1}{x-1} = \frac{2x-3}{x-1} = f(x)$	1
7	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ = 2 $\lim_{x\to1^{<}} f(x) =$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x\to1^{>}} f(x) = -\infty$ +∞	1
8	$f'(x) = \frac{2(x-1)-1(2x-3)}{x-1}$ $= \frac{1}{(x-1)^2}$ موجبة دوما لأن البسط عدد موجب والمقام مربع تام فهو موجب تماما اتجاه تغير الدالة f : متزايدة تماما على $]-\infty;1[$ وعلى $]1;+\infty[$ x: $-\infty$; 1 ; $+\infty$ $f(x)$: $+\infty$ ↗ 2	1

		$-\infty$ 2	
9	**إثبات وجود المماسين:** نحل المعادلة $f'(x) = 1$ أي $\frac{1}{(x-1)^2} = 1$ نجد $(x-1)^2=1$ $x^2-2x=0$ أي $x(x-2) = 0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=2$		**1**

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول (06 نقاط)

1. عين باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k.

2. استنتج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k.

3. استنتج باقي قسمة 17^{4k} على 5.

4. بين أن العدد $13+2017^{4k+2}+2^{4k+3}$ يقبل القسمة على 5.

5. استنتج باقي قسمة $2017^{1439}-6^{2018}+87^{49}$ على 5.

التمرين الثاني: (06نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0=1$ و $u_{n+1}=3u_n-6$

من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n=u_n-3$

1. -بين أن المتتالية (v_n) هندسية ، ثم عين أساسها و حدها الأول .
2. -احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.
3. -احسب بدلالة n المجموع: $S=v_0+v_1+v_2+.....+v_n$ ، ثم استنتج بدلالة n المجموع : $S'=u_0+u_1+u_2+.....+u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بـِ: $f(x) = -x^3-3x^2+4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x(x+2)$ (f' : الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
4. بيّن أن منحنى الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.

6. تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x+2)^2(1-x)$.
7. عيّن فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين.
8. ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) في نفس المعلم السابق.

تمنياتي لكم بالتوفيق اليوم و غدا ودائما ...

أستاذة المادة:وارث ط

الموضوع الثاني:

حل التمرين الأول :

.1	**باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k هو:** k: 0 | 1 | 2 | 3 | 4 r_k: 1 | 2 | 4 | 3 | 1	1.5
.2	**استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k:** k | $4k$ | $4k+1$ | $4k+2$ | $4k+3$ r_k | 1 | 2 | 4 | 3	1.5
.3	**استنتاج باقي قسمة 17^{4k} على 5 :** $17^{4k} \equiv 2^{4k}[5] = 1[5]$.	1
.4	**العدد $2^{4k+3}+2017^{4k+2}+13$ يقبل القسمة على 5 لأن:** $2^{4k+3}+17^{4k+2}+3 \equiv 3+4+3[5] \equiv 0[5]$	1
.5	**استنتاج باقي قسمة $2017^{1439}-6^{2018}+87^{49}$ على 5:** $2007^{1999}-21^{2008}+87^{49} \equiv 2^{4k+3}-1^{2008}+2^{4k+1}[5]$ $\equiv 3-2+1[5] \equiv 4[5]$	1

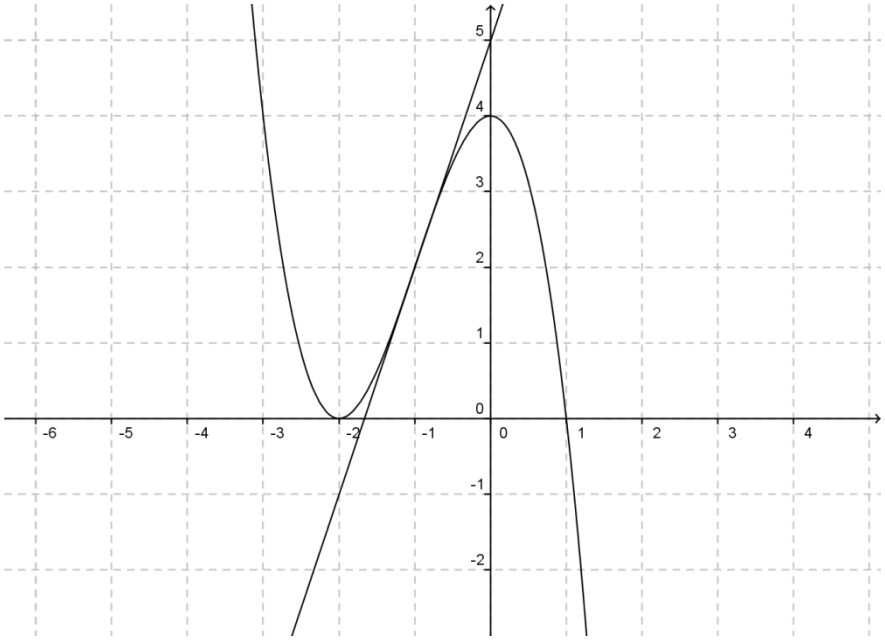
حل التمرين الثاني :

.1	**إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية:** $v_{n+1} = u_{n+1}-3 = 3u_n-9 = 3(u_n-3) = 3v_n$. **إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 .** **و حدها الأول** $v_0 = u_0-3 = -2$	2

.2	**عبارة الحد العام لـ** (v_n) **:** $v_n = v_0 \times q^n = -2 \times 3^n$	1
.3	**إستنتاج عبارة الحد العام لـ** (u_n) **:** $u_n = v_n + 3 = -2 \times 3^n + 3$	1
	المجموع S**:** $S = v_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} = -2 \times \dfrac{1-3^{n+1}}{1-3}$ $S = 1 - 3^{n+1}$	1
	استنتاج بدلالة n **المجموع :** **إذن** $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n = (v_0 + 3) + (v_1 + 3) + (v_2 + 3) \ldots\ldots + (v_n + 3)$ $S' = S + 3(n+1)$	1

التمرين الثالث

1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} -x^3 = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} -x^3 = -\infty$	1
2	$f'(x) = -3x^2-6x = -3x(x+2)$	0 .5
3	إشارة المشتقة: $f'(x) = 0$ يعني $x=0$ أو $x=-2$ جدول التغيرات: x: $-\infty$; -2 ; 0 ; $+\infty$ — $f'(x)$: $-$; 0 ; $+$; 0 ; $-$ — $f(x)$: $+\infty$ ↘ 0 ↗ 4 ↘ $-\infty$	1.5
4	احداثيات نقطة الانعطاف: $f''(x)=0$ و f'' تغير إشارتها يعني نقطة الانعطاف: $A(-1\,;2)$	1
5	معادلة المماس: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ نجد: $y=3x+5$: (Δ)	1
6	$(x+2)^2(1-x)=(x^2+4x+4)(1-x)=x^2+4x+4-x^3-4x^2-4x = -x^3-3x^2+4= f(x)$	0 .5
	نقط التقاطع مع محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x)=0$ نجد $x=-2$ أو $x=1$. إذن النقطتان: $B(1\,;0)$; $C(-2\,;0)$	1
	نقط التقاطع مع محور التراتيب: نحسب $f(0)$ نجد النقطة $D(0\,;4)$	0 .5
7	الرسم	1


5
4
3
2
1
0
-1
-2
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4