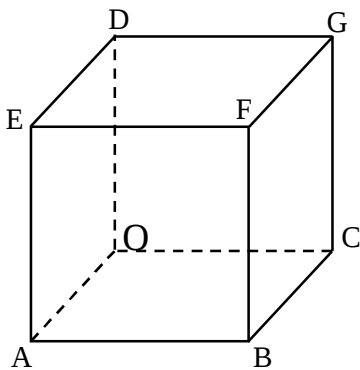


على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

- (1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.
 ب- ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث: $A_n = 3^{16n+6} - 2 \times 109^{2n+3} - 13$ ؟
 (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4) \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n} (3n+1) [10]$.
 ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n+4) \times 9^n + 7^{2n+1}$ مضاعفا للعدد 10.
 (3) A عدد طبيعي يكتب $xx0xx01$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب $y611$ في نظام التعداد ذي الأساس 7.
 - أوجد x و y ثم أكتب A في النظام العشري.
 (4) يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.
 أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 2017.
 ب- X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المتحصل عليهما.
 - عرف قانون احتمال X ثم احسب أملها الرياضي.



التمرين الثاني: (04 نقط)

$OABCDEFG$ مكعب طول حرفه 1

نعتبر المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$.

- (1) أ- بين أن الشعاع $\vec{n}(1,1,1)$ ناظمي للمستوي (ACD)
 ب- أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ACD) .
 (2) (Δ) المستقيم الذي يمر بالنقطة O ويعامد المستوي (ACD) .
 أ - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .
 ب - عين إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (ACD) .

(3) (S_m) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2my - 2mz - 1 + 3m^2 = 0 \quad (m \in \mathbb{R})$$

أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي m ، (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب - عين قيم m التي من أجلها النقطة A تنتمي إلى (S_m) .

(4) أ - تحقق أن المركزين ω_0 و ω_2 للسطحين الكرويين (S_0) و $\left(S_2\right)_3$ ينتميان إلى المستقيم (Δ) .

ب - برر لماذا المستوي (ACD) يقطع السطحين الكرويين (S_0) و $\left(S_2\right)_3$ في نفس الدائرة؟

يطلب تعيين عناصرها المميزة .

التمرين الثالث: (05نقط):

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C, D و E التيلاحقاتها

على الترتيب $z_A = 1, z_B = 4 + i, z_C = 3i, z_D = -1 + i, z_E = -2i$ و

(1) بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{z_E - z_A}{z_D - z_A}$. ثم بين أنه يوجد تحويل نقطي T ، يحول D إلى E و B إلى C يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

(2) عين لاحقة النقطة C' صورة النقطة C بالتشابه المباشر S الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ونسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(3) لتكن I_1, I_2, I_3, I_4 منتصفات القطع المستقيمة $[BC], [CD], [DE]$ و $[EB]$ على الترتيب.

أ - بين أنه يوجد تحويل نقطي r مركزه I_1 ويحول النقطة I_4 إلى I_2 .

ب - احسب $z_{I_1} + z_{I_3}$ و $z_{I_2} + z_{I_4}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $I_1 I_2 I_3 I_4$.

(4) لتكن M نقطة من المستوي لاحتقتها z و النقطة M' ذات اللاحقة z' صورتها بالتشابه S .

$$* \text{ بين أن: } z' = \frac{1}{2}[(1+i)z + 1-i]$$

(5) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق $z = (i-1)(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

أ - عين طبيعة المجموعة (γ) مع تحديد عناصرها المميزة عندما θ يمسح المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

ب - أوجد طبيعة المجموعة (γ') صورة (γ) بالتحويل S .

التمرين الرابع: (07نقط):

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (3+x)e^{\frac{-x}{2}}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، (الوحدة: $2cm$).

(1) أ- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) أ- بين أن المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما معدوم والثاني α حيث: $-\frac{3}{2} < \alpha < -2$.

ب- أرسم (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

ج- m عدد حقيقي موجب تماماً. أوجد قيم m التي من أجلها المعادلة $f(x)=m$ لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$.

(3) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، أحسب $I = \int_{-3}^0 x e^{-\frac{x}{2}} dx$ ثم استنتج بوحدة المساحة، مساحة الحيز المستوى المعروف

بمجموعة النقط $M(x; y)$ حيث: $0 \leq y \leq f(x)$ و $-3 \leq x \leq 0$.

(4) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 3e^{\frac{x}{2}} - 3$.

أ- بين أن المعادلة $f(x)=3$ تكافئ $g(x)=x$.

ب- أدرس إتجاه تغير الدالتين g' و g على $\mathbb{R}$. (g' المشتقة الأولى للدالة g).

ج- بين أن: $g'(\alpha) = \frac{\alpha+3}{2}$.

(5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2; \alpha]$:

أ- $g(x)$ تنتمي إلى المجال $[-2; \alpha]$.

ب- $\frac{1}{2} \leq g'(x) \leq \frac{3}{4}$.

(6) باستعمال خواص التكامل، بين أنه من أجل كل x من $[-2; \alpha]$: $0 \leq \frac{1}{2}(\alpha - x) \leq g(\alpha) - g(x) \leq \frac{3}{4}(\alpha - x)$.

(7) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = g(u_n)$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 \leq u_n \leq \alpha$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq \alpha - u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(\alpha - u_n)$ و $0 \leq \alpha - u_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

ج- أستنتج نهاية u_n .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط) :

ليكن a عدد طبيعي معرف كمايلي: $a = p^4 - 1$ حيث p عدد طبيعي أولي أكبر من أو يساوي 7.

- (1) بين أن p يوافق 1 أو (-1) بترديد 3 ثم أستنتج أن a مضاعف للعدد 3.
 - (2) بين أنه يوجد عدد طبيعي k بحيث: $p^2 - 1 = 4k(k+1)$ و أن a مضاعف للعدد 16.
 - (3) بأخذ كل بواقي القسمة الإقليدية الممكنة للعدد p على 5 ، برهن أن $a \equiv 0 [5]$.
 - (4) ليكن α ، β و δ ثلاثة أعداد طبيعية.
- أ - برهن أنه إذا كان α يقسم δ و β يقسم δ علما أن α أولي مع β فإن $\alpha\beta$ يقسم δ .
- ب - استنتج مما سبق أن 240 يقسم a .

التمرين الثاني: (04 نقط) :

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط التالية:

$$E(2;3;-1), D(1;3;1), C(4;4;1), B\left(4 - \frac{3\sqrt{2}}{2}; 4 + \frac{3\sqrt{2}}{2}; 4\right), A\left(4 + \frac{3\sqrt{2}}{2}; 4 - \frac{3\sqrt{2}}{2}; 4\right)$$

- (1) بين أن النقط $A; B; C$ تعين مستويا يطلب تعيين معادلة ديكارتية له.
 - (2) أ - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و العمودي على المستوي (ABC) .
ب - أحسب المسافة بين النقطة E والمستقيم (Δ) .
 - (3) لتكن النقطة Ω منتصف القطعة $[AB]$.
- بين أن النقط $A; B; C$ تنتمي إلى نفس سطح الكرة (S) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.
- (4) أ - بين أن كل المستويات (P_m) التي معادلة ديكارتية لها $x + y - mz + 4m - 8 = 0$ حيث m وسيط حقيقي، متقاطعة وفق مستقيم (d) يطلب تعيين تمثيلا ديكارتيا له.
 - ب - هل المستوي (P_0) يعامد المستوي (Q) ذي المعادلة $z = 4$ ؟ علل.
 - ج - عين المجموعة (S') ، تقاطع (S) مع المستوي (Q) .

التمرين الثالث: (05 نقط) :

A_0 و B_0 نقطتان من المستوى بحيث $A_0B_0 = 8$ ، وليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A_0 ، نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$.

نعرف متتالية النقط (B_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $B_{n+1} = S(B_n)$.

- (1) أنشئ النقط B_1 ، B_2 و B_3 .
- (2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، المثلثان $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان.

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3\pi}{4}n[2\pi] : (A_0B_0, A_0B_n)$.

(4) نعرف المتتالية العددية (u_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = B_n B_{n+1}$.

أ- أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q ثم أكتب u_n بدلالة n و u_0 .

ب- نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$.

(5) أ- حل في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة: $3x - 4y = 2$.

ب- ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم $(A_0 B_0)$ في النقطة A_0 ، أوجد قيم العدد الطبيعي n

التي من أجلها تكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

التمرين الرابع: (07 نقط):

(1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x}$.

- أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$.

(2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right); x \in]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

أ- أدرس قابلية اشتقاق f عند 0 ثم فسر النتيجة ببيانها.

ب- بين أن $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ثم فسر النتيجة ببيانها.

ج- بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أنشئ (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد متجانس $(\vec{o}; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2cm).

(4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة كما يلي: $h(x) = f(-1-x)$.

أ- بين أن مجموعة تعريف الدالة h هي $]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$.

ب- عين اتجاه تغير الدالة h (دون حساب الدالة المشتقة) ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن (C_h) منحنى الدالة h والمنحنى (C_f) متناظران بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $x = -\frac{1}{2}$.

(5) ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق.

(6) أحسب التكامل التالي $\int_{\frac{1}{2}}^1 [1-f(x)]dx$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.

بالتوفيق والنجاح