الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية عين تموشنت

امتحان بكالوريا تجريبي(2) — ثانوية داودي محمد ـ المالح ـ

الشعبة: تقني رياضي — دورة ماي: 2017

اختبار في مادة:الرياضيات — المدة: 4 ساعات

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقطة $A(0;-1;2)$ والمستقيمين (Δ) و (Δ')

حيث: $(\alpha\in R)$ $(\Delta):\begin{cases}x=-\alpha-1\\y=-\alpha+2\\z=3\alpha-2\end{cases}$ و $(\beta\in R)$ $(\Delta'):\begin{cases}x=\beta+1\\y=-\beta+5\\z=-3\beta+1\end{cases}$

1) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (Δ') .

2) (P) هو المستوي المعرف بالتمثيل الوسيطي: $(P):\begin{cases}x=-t+\lambda\\y=-t-\lambda-1\\z=3t-3\lambda+2\end{cases}$ حيث t و λ وسيطان حقيقيان.

ـ اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

3) (Q) مستو ذو معادلة ديكارتية: $3x+8y-3z+1=0$. بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

4) m عدد حقيقي و (P_m) المستوي ذو المعادلة: $(m+1)x+2(m+2)y-(m+1)z+1=0$

ـ بين أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيما ثابتا (D) يطلب إعطاء تمثيلا وسيطيا له .

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: حيث x و y عددان طبيعيان .

1) عين الدالة f حل للمعادلة التفاضلية $y'=(\ln 3)y$ والتي تحقق: $f(0)=3$

2) أ ـ ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب ـ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $f(2016)-10$ على 7 .

3) اوجد بدلالة n عبارة المجموع S_n حيث: $S_n=f(0)+f(1)+\cdots+f(n-2)$

4) عين قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق: $\begin{cases}2S_n\equiv 0[7]\\2012<n<2020\end{cases}$

التمرين الثالث: (5 نقاط)

I) حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2+4z+8=0$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط A ، B ، C و E

حيث: $z_A=2-2i$ ، $z_B=-2+2i$ ، $z_C=-2-2i$ و $z_E=-1+2i$.

1) اوجد اللاحقة z_D للنقطة D بحيث يكون: $z_D+z_B=z_A+z_C$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

2) α عدد حقيقي غير معدوم و G_α مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,\alpha)\}$

ـ اوجد بدلالة α إحداثيات النقطة G_α ثم عين طبيعة مجموعة النقط G_α لما يتغير في $\mathbb{R}^*$.

3) S تحويل نقطي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث: $2z'=(1-i)z-3+i$

أ ـ حدد طبيعة التحويل S مع تعيين عناصره المميزة .

ب ـ بين أن: $z'+1-2i=i(z'-z)$ ثم استنتج طبيعة المثلث EMM' .

4) بين أن مساحة الرباعي $A'B'C'D'$ صورة الرباعي $ABCD$ بالتحويل S تساوي $8ua$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-\frac{1}{x^2}-4\ln x$

1) بين أن الدالة g متزايدة على المجال $]0;+\infty[$.

2) احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4x^2}-(\ln x)^2$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد حيث: $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=2cm$

1) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) اثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$.

3) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{2x}g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

4) أ ـ بين أن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(x)-x$ متناقصة تماما على المجال $]0;1[$.

ب ـ بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,54<\alpha<0,56$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5) أنشئ المنحنى $\left(C_f\right)$.

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحنى $\left(C_f\right)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=e^m$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z)=z^4+8-8\sqrt{3}i$ ونعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس النقط A ، B ، C و D حيث: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=-1+\sqrt{3}i$ ، $z_C=-z_A$ و $z_D=-z_B$.

1) أ ـ اكتب كلا من الأعداد z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسي .

ب ـ استنتج أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

2) بين أن: $\dfrac{z_A+z_B}{z_A+z_D}=i$ ثم بين أن المثلث ABD قائم في A و متساوي الساقين .

3) نعتبر الدوران $\Re$ الذي مركزه المبدأ O وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$ والذي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ من المستوي المركب.

ـ تحقق من أن: $B=\Re(A)$ ، $C=\Re(B)$ و $D=\Re(C)$

4) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا: $P(z')=P(z)$

ب ـ احسب $P(z_A)$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نريد تكوين فريق من ثلاث نوادي مختلفة C_1 ، C_2 و C_3 ، فنختار 5 لاعبين من النادي C_1 يحملون الأرقام من 1 إلى 5، و3 لاعبين من النادي C_2 يحملون الأرقام من 6 إلى 8 ولاعبين اثنين من النادي C_3 يحملان الرقمان 9 و 10 .

نختار الآن لاعبين اثنين من الفريق ليبقيا في الإحتياط علما أن كل الإختيارات متساوية الإحتمال .

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A " اللاعبين المختارين يحملان رقمين فرديين " .

B " اللاعبين المختارين من نفس النادي " .

2) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

3) ما احتمال أن يكون اللاعبين المختارين في الإحتياط من ناديين مختلفين و يحملان رقمين فرديين ؟

4) نريد أن يكون اللاعبين المختارين في الإحتياط من ناديين مختلفين، ما احتمال أن يكونا حاملين لرقمين فرديين ؟

التمرين الثالث: (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.نعتبر النقط $A(6;0;0)$ ، $B(0;6;0)$ و $C(0;0;4)$ والشعاع $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$.

1) اوجد إحداثيات النقطة G مرجح الجملة $\{(O,1);(A,2);(B,3)\}$.

2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y)$ من الفضاء التي تحقق: $\left(\overrightarrow{MO}+2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)\cdot\overrightarrow{MC}=0$

أ ـ بين أن هي سطح كرة يطلب تحديد إحداثيتي مركزها I و نصف قطرها r .

ب ـ اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

3) (P) مجموعة النقط $M(x,y)$ من الفضاء التي تحقق: $MO^2+2MA^2-3MB^2=24$

أ ـ بين أن النقطة G تنتمي إلى (P) .

ب ـ بين أن مجموعة النقط M من (P) تحقق أيضا العلاقة: $\overrightarrow{MG}\cdot\vec{u}=0$

ج ـ حدد طبيعة المجموعة (P) مع إعطاء معادلة ديكارتية لها .

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\left(1-x\sqrt{x}\right)-\ln x$

1) بين أن الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

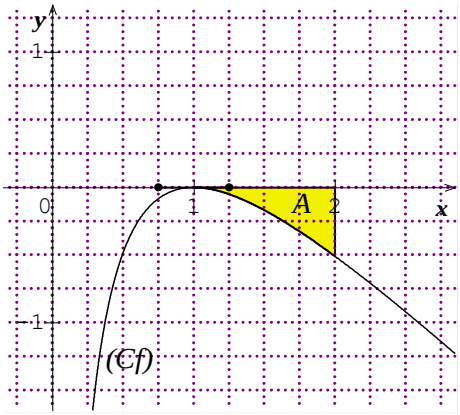
2) احسب $g(1)$ ثم حدد حسب إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

ب ـ حدد اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا: $f(x)\le 0$

2) إليك الشكل المقابل الذي يمثل المنحنى (C_f) الممثل للدالة f .



أ ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد: $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$

ب ـ احسب A مساحة الحيز المستوي الملون في الشكل .

III) نعرف المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ u_0 من $[1;2]$ و من أجل كل من : $u_{n+1}=1+\dfrac{\ln(u_n)}{\sqrt{u_n}}$

1) بين أنه من أجل كل x من $[1;2]$ لدينا: $0\le\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}\le 1$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ لدينا: $1\le u_n\le 2$

3) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة نحو نهاية حقيقية l تحقق $f(l)=0$.

انتهى الموضوع الثاني