

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المقاطعة الشرقية
لولاية عين الدفلى
الشعبة : تقني رياضي
المدة : 4 ساعات

المفتشية العامة للبيداغوجية
امتحان البكالوريا التجريبي
دورة ماي 2017
اختبار في مادة الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $H(1, 1, 0)$, $B(0, 2, -1)$, $A(2, 1, 2)$

$$\begin{cases} x = -2 + 6t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{والمستقيم } (\Delta) \text{ المعروف بتمثيله الوسيطى:}$$

(1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

(2) بين أن (AB) و (Δ) لا ينتميان الى نفس المستوي.

(3) ليكن (P) المستوي الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي (Δ) .

أ) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1, 5, 1)$ ناظمي للمستوي (P) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

ج) أحسب المسافة بين المستوي (P) و المستقيم (Δ) .

(4) عين احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

(5) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $MA^2 - MB^2 = 2$

- تحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) ثم استنتج طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني : (04 نقط)

(1) تحقق أن $5^6 \equiv 1[7]$ و استنتج $5^{2016} \equiv 1[7]$

(2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $S_n = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4S_n = 5^{n+1} - 1$ واستنتج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما.

ب) ليكن العدد الصحيح a . بين أن $4S_n \equiv a[7]$ إذا وفقط إذا كان $S_n \equiv 2a[7]$.

ج) بين أن $4S_{2015} \equiv 0[7]$ واستنتج باقي قسمة S_{2015} على 7.

د) عين اصغر عدد طبيعي n غير معدوم بحيث يكون 7 قاسم لـ S_n .

(3) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم , نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) : $5^n x + S_n y = 1$ تحقق أن $(5, -4)$ حل للمعادلة (E)

ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

التمرين الثالث : (05 نقط)

(1) ليكن θ عدد حقيقي من المجال $[0, \pi]$ و z عدد مركب , $P(z)$ كثير حدود معرف بمايلي :

$$P(z) = z^3 - (1 - 2\cos\theta)z^2 + (1 - 2\cos\theta)z - 1$$

(أ) تحقق أن 1 جذر لـ $P(z)$.

(ب) عين العددين الحقيقيين a, b بحيث : $P(z) = (z - 1)(z^2 + az + b)$

(ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$, وليكن النقط A, B, C لواحقها z_A, z_B, z_C

على الترتيب حيث : $z_A = 1, z_B = -\cos\theta + i\sin\theta$ و $z_C = -\cos\theta - i\sin\theta$

(أ) اكتب z_A, z_B, z_C على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسّي .

(ب) حدد طبيعة المثلث ABC ثم عين قيمه θ حتى يكون قائم في A .

(ج) عين بدلالة θ لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC .

(د) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي التي تحقق $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 3\|\vec{MO}\|$

(3) نفرض $\theta = \frac{3\pi}{4}$, عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا .

التمرين الرابع : (07 نقط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x + 1)$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1, +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$, (C_f) تمثيلها البياني في المعلم

المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1, +\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(ج) استنتج أنه إذا كان $x \in [0, 4]$ فإن $f(x) \in [0, 4]$.

(د) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

(3) أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(4) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.

(III) (U_n) متتالية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بمايلي: $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n .

(1) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل على حامل محور الفواصل كل من U_0, U_1, U_2, U_3 .

(2) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 4$

(3) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة استنتج أنها متقاربة ثم أحسب نهاية U_n عند $+\infty$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = \frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+4}$

(1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n+4}$

(2) أ) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < U_n < 1$

ب) برهن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

ج) هل المتتالية (U_n) متقاربة ؟

(3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي : $V_n = \frac{U_n+2}{1-U_n}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

ج) احسب المجموع : $S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{5}{V_1} + \frac{5^2}{V_2} + \dots + \frac{5^n}{V_n}$

التمرين الثاني : (04 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1, 4, -5)$, $B(3, 2, -4)$,

$C(5, 4, -3)$ و $D(-2, 8, 4)$ و الشعاع $\vec{u}(1, 5, -1)$.

(1) بين أن $x - 2z - 11 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

(2) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) الذي يشمل النقطة D و يوازي $\vec{u}$.

(3) ليكن (P) المستوي ذو المعادلة : $x - y - z - 7 = 0$

أ) بين أن المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي : $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$

ب) بين أن المستقيمين (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

(4) أ) تعطى النقطتان $E(3, 0, -4)$ و $F(-3, 3, 5)$ تحقق أن $E \in (\Delta)$ و $F \in (T)$.

ب) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{FE} = \alpha$ مع عدد حقيقي.

ج) عين قيمة α حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[EF]$.

التمرين الثالث : (05 نقط)

نعتبر كثير حدود $P(z)$ للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$

(1) أ) بين أن $P(z)$ يقبل جذرا تخيلا صرفا يطلب تعيينه.

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث $P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

(2) المستوي المركب منسوب الى معلم $(o, \vec{u}, \vec{v})$ متعامد ومتجانس. نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق على الترتيب:

$$Z_C = \bar{Z}_B, \quad Z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}, \quad Z_A = i$$

(أ) بين أن النقط A, B, C تنتمي الى دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
(ب) بين أن $OABC$ معين.

(3) نضع $Z_1 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ لاحقة النقطة A_1 . لواحق النقط A_n حيث $Z_n = (Z_1)^n$ ولتكن النقطة A_0 صورة العدد المركب 1.

(أ) احسب Z_2 ثم مثل النقط A_0, A_1, A_2 في المعلم $(o, \vec{u}, \vec{v})$, (الوحدة 2 cm)
(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n النقط A_n تنتمي الى الدائرة (C).

(ج) برهن أن: $Z_{n+1} - Z_n = (Z_1)^n \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(د) استنتج طولية $Z_{n+1} - Z_n$ ثم المسافة $A_n A_{n+1}$ ثم أثبت أن المثلثات $OA_n A_{n+1}$ متقايسة الأضلاع.

(4) نعتبر f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث: $Z' = (1 - i\sqrt{3})Z + i\sqrt{3}$

(أ) عين طبيعة التحويل f واذكر عناصره المميزة.

(ب) عين وانشئ صورة المثلث $OA_1 A_2$ بالتحويل f .

التمرين الرابع : (07 نقط)

(I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 1 cm).

(1) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

(ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

(ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

(2) اثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0,1 < \alpha < 0,2$

(ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

(ج) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d).

(4) ارسم (d), (T) و (C_f).

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$

(6) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ حيث: $h(x) = xe^{2-x}$ والتي تنعدم عند $x = -1$.

(ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين $x = 0$ و $x = 2$.

الحل النموذجي و سلم التنقط

بكالوريا التجريبي 2017

الشعبة : نقتي رياضي

الموضوع الأول

		التمرين الاول (04 نقاط)	
0.5	ومنه معادلة المستوي المحوري هي : $(Q): -2x + y - 3z + 2 = 0$ $MA^2 - MB^2 = 2$ التحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) معناه : $HA^2 = 5$ $HB^2 = 3$ $HA^2 - HB^2 = 5 - 3 = 2$	أ) التمثيل الوسيط للمستقيم (AB) $\begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ x = 1 + \alpha \\ z = 2 - 3\alpha \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}$	0.5
0.25	ومنه $H \in (\Gamma)$ طبيعة المجموعة (Γ) حيث : $MA^2 - MB^2 = 2$ $(\vec{MA} + \vec{MB})(\vec{MA} - \vec{MB}) = 2$ $(2\vec{MI})(\vec{MA} - (\vec{MA} + \vec{AB})) = 2$ $\vec{MI} \cdot \vec{BA} = 1$ تكافئ $\vec{BA}(\vec{MH} + \vec{HI}) = 1$ تكافئ $\vec{BA} \cdot \vec{MH} + \vec{BA} \cdot \vec{HI} = 1$	ب) $(6, -2, 4) \in \vec{u}_{(\Delta)}$ شعاع توجيه (Δ) $\vec{AB}$ و $\vec{u}_{\Delta}$ غير مرتبطين لأن $\frac{6}{-2} \neq \frac{-2}{1}$ ندرس التقاطع $\begin{cases} 2 - 2\alpha = -2 + 6t \\ 1 + \alpha = 1 - 2t \\ 2 - 3\alpha = 4t \end{cases}$ نجد $t = 2$ بالتعويض في الجملة (1) نجد $\begin{cases} \alpha = -4 \\ \alpha = -4 \\ \alpha = -2 \end{cases}$ تناقض	0.25
0.5	بما أن $H \in (\Gamma)$ معناه $\vec{BA} \cdot \vec{HI} = 1$ ومنه نعوض نجد : $\vec{BA} \cdot \vec{MH} + 1 = 1$ $\vec{BA} \cdot \vec{MH} = 0$ وبالتالي (Γ) هي المستوي الذي يشمل H و $\vec{BA}$ شعاع ناظمي له	ومنه α ليس وحيد اذن المستقيمان (AB) و (Δ) غير منقطعان فهما ليسا من نفس المستوي -2) (P) يشمل (AB) ويوازي (Δ) معناه أ) تحقق أن $(1, 5, 1) \vec{n}$ ناظمي للمستوي (P) $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ $\vec{n} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0$	0.5
0.25	التمرين الثاني (04 نقط) -1 $5^6 = 15625$ $5^6 \equiv 1 [7]$ ندرس بواقي قسمة 5^n على 7	ب) معادلة المستوي (P) : $\vec{n}$ ناظمي لـ (P) معناه $(P): x + 5y + z + d = 0$ بما أن $A \in (P)$ معناه : $2 + 5(1) + 2 + d = 0$ $d = -9$ ومنه	0.5
0.25	$5^0 \equiv 1[7], 5^1 \equiv 5[7], 5^2 \equiv 4[7]$ $5^3 \equiv 6[7], 5^4 \equiv 2[7], 5^5 \equiv 3[7]$ $5^6 \equiv 1[7]$ دورية و دورها $k = 6n$	ج) حساب المسافة بين (P) و (Δ) $d((\Delta), (P)) = \frac{ -2+6t+5(1-2t)+4t }{\sqrt{1^2+5^2+1^2}}$ $d((\Delta), (P)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ -3) احداثيات I منتصف $[AB]$ $I(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	0.5
0.25	-2 $S_n = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n$ أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n و $4S_n = 5^{n+1}$ لذلك نحسب $S_n = 1 + 5^0 + 5^1 + 5 \times 5 \dots 5^n$ مجموع حدود متتالية هندسية حددا الاول 1 و أساسها $q = 5$ $S_n = 1 \left(\frac{5^{n+1} - 1}{5 - 1} \right)$	معادلة المستوي (Q) المحوري للقطعة $[AB]$ $-2x + y - 3z + d = 0$ (Q) يشمل النقطة I $d = 2$	0.25

01	$S_n = \frac{5^{n+1} - 1}{4}$ 3- حلول المعادلة (E) هي : $(x, y) = (KS_n + 5, -K \times 5^n - 4), K \in \mathbb{Z}$ التمرين الثالث (05 نقط)	و منه $4S_n = 5^{n+1} - 1$ لدينا $4S_n = 5^{n+1} - 1$ تكتب على الشكل $5 \times 5^n - 4S_n = 1$ يوجد (5, -4) بحيث $5 \times 5^n - 4S_n = 1$ ومنه $5^n S_n$, أوليان فيما بينهما	0.25
0.25	أ) $P(1) = 0$ ب) $\{a = 2 \cos \theta, b = 1\}$ ج) حلول المعادلة هي: $S = \{1; -\cos(\theta) + i \sin(\theta); -\cos(\theta) - i \sin(\theta)\}$ د) أ) الشكل المثلثي :	ب) بين اذا كان $4S_n \equiv a [7]$ فان $S_n \equiv 2a [7]$ لدينا $4S_n \equiv a [7]$ نضرب في 2	0.25
0.025	$Z_A = \cos 2\pi + i \sin 2\pi$ $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$	ومنه $S_n \equiv 2a [7]$ العكس : بين أنه إذا كان $S_n \equiv 2a [7]$ فان $4S_n \equiv a [7]$ لدينا	0.25
0.025	$Z_B = \cos(\pi - \theta) + i \sin(\pi - \theta)$ $Z_C = \overline{Z_B}$	نضرب في العدد 4 $4S_n \equiv 8a [7]$	0.25
0.025	ومنه $Z_C = \cos(-\pi + \theta) + i \sin(-\pi + \theta)$ <u>الشكل الأسى:</u>	ب) $Z_A = e^{2i\pi}$ $Z_B = e^{i(\pi - \theta)}$ $Z_C = e^{i(-\pi + \theta)}$ أ) طبيعة المثلث ABC	0.25
0.075	$ AC = Z_C - Z_A = \sqrt{2 + 2 \cos \theta}$ $ AB = Z_B - Z_A = \sqrt{2 + 2 \cos \theta}$ ومنه المثلث متساوي الساقين	ج) بين أن : $4S_{2015} \equiv 0 [7]$ باستعمال السؤال 1 نجد $5^{2016} \equiv 1 [7]$ و منه $4S_{2015} \equiv 5^{2016} - 1 [7]$ $5^{2016} - 1 \equiv 0 [7]$ $4S_{2015} \equiv 0 [7]$ استنتج باقي قسمة S_{2015} على 7 لدينا حسب ما سبق:	0.25
0.025	نعين θ حتى يكون المثلث ABC قائم في A : الجاء السلمي $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ نجد $\theta = \frac{\pi}{2}$	فان $4S_{2015} \equiv 0 [7]$ ومنه باقي قسمة على 7 هو العدد 0	0.25
0.025	ج) $Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$ $Z_G = \frac{1 - 2 \cos \theta}{3}$ د) المجموعة (Γ) حيث : $\ \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\ = 3\ \vec{MO}\ $ معناه $MG = MO$ ومنه (Γ) محور القطعة $[OG]$ حيث G مركز ثقل المثلث ABC	د) عين اصغر عدد طبيعي n حيث يكون 7 قاسم لـ S_n معناه: $S_n \equiv 0 [7]$	0.25
0.5	3- قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n = \cos \frac{n\pi}{2} + i \sin \frac{n\pi}{2}$ حقيقيا $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n$ حقيقيا معناه $\cos \frac{n\pi}{2} + i \sin \frac{n\pi}{2}$ أي $\sin \frac{n\pi}{2} = 0$ ومنه $\frac{n\pi}{2} = k\pi$ و بالتالي: $n = 2k$ مع $k \in \mathbb{N}$	1 - مرفوضة , $n = -1$, $n + 1 = 0$ وهو المطلوب , $n = 5$, $n + 1 = 6$	0.5

التمرين الرابع (07 نقط)

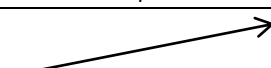
I.

(1) المشتقة:

$$g'(x) = 2(x+1) + \frac{1}{x+1}$$

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1, +\infty[$:
 $g'(x) > 0$

ومنه الدالة متزايدة تماما
 جدول التغيرات:

x	-1	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$		

(2) حساب $g(0) = 0$

إشارة: $g(x) > 0$ لما $x \in]0, +\infty[$
 $g(x) < 0$ لما $x \in] -1, 0[$

II.

(1) النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$$

$x = -1$ مستقيم مقارب

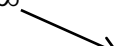
(2)

أ) حساب المشتقة:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

ب) $f'(x)$ هي من إشارة $g(x)$ ومن ثم الدالة f متزايدة تماما على $]0, +\infty[$ ومتناقصة تماما على $] -1, 0[$

جدول التغيرات

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$

ج) لدينا: $0 \leq x \leq 4$

بما أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0, 4]$ فإن

$$f(0) \leq f(x) \leq f(4) :$$

$$0 \leq f(x) \leq 4 - \frac{\ln 5}{5} \leq 4$$

د) $y = x$ مستقيم مقارب للمنحنى:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x] = 0$$

دراسة الوضعية:

x	-1	0	$+\infty$
$f(x) - x$		+	-
الوضعية		أعلى	أسفل
		يقطع	

(3) التمثيل البياني (C_f) و (Δ)

(4) حساب مساحة الحيز

$$A = \int_0^1 (x - f(x)) dx$$

$$= \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$$

$$= \frac{1}{2} [[\ln(x+1)]^2]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} (\ln(2))^2$$

III.

(2) باستعمال البرهان بالتراجع:

نتحقق من أجل $n = 0$ لدينا $U_0 = 4$

$$0 \leq U_0 \leq 4$$

نفرض أن: $0 \leq U_n \leq 4$

بما أن الدالة متزايدة على المجال $[0, 4]$ فإن:

$$f(0) \leq f(U_n) \leq f(4)$$

$$0 \leq f(U_n) \leq 4$$

حسب النتيجة (2) ج) فإن: $0 \leq U_{n+1} \leq 4$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq U_n \leq 4$

(3) المتتالية (U_n) متناقصة لأن من أجل كل x

من $]0, +\infty[$

$$f(x) - x \leq 0$$

و بما أن من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq U_n \leq 4$$

فإن: $U_{n+1} - U_n \leq 0$ أي $f(U_n) - U_n \leq 0$
 لدينا المتتالية (U_n) متناقصة و محدودة من الأسفل
 بالعدد 0 فهي متقاربة
 حساب

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

المتتالية (U_n) متقاربة ومنه:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$$

و بما أن $U_{n+1} = f(U_n)$

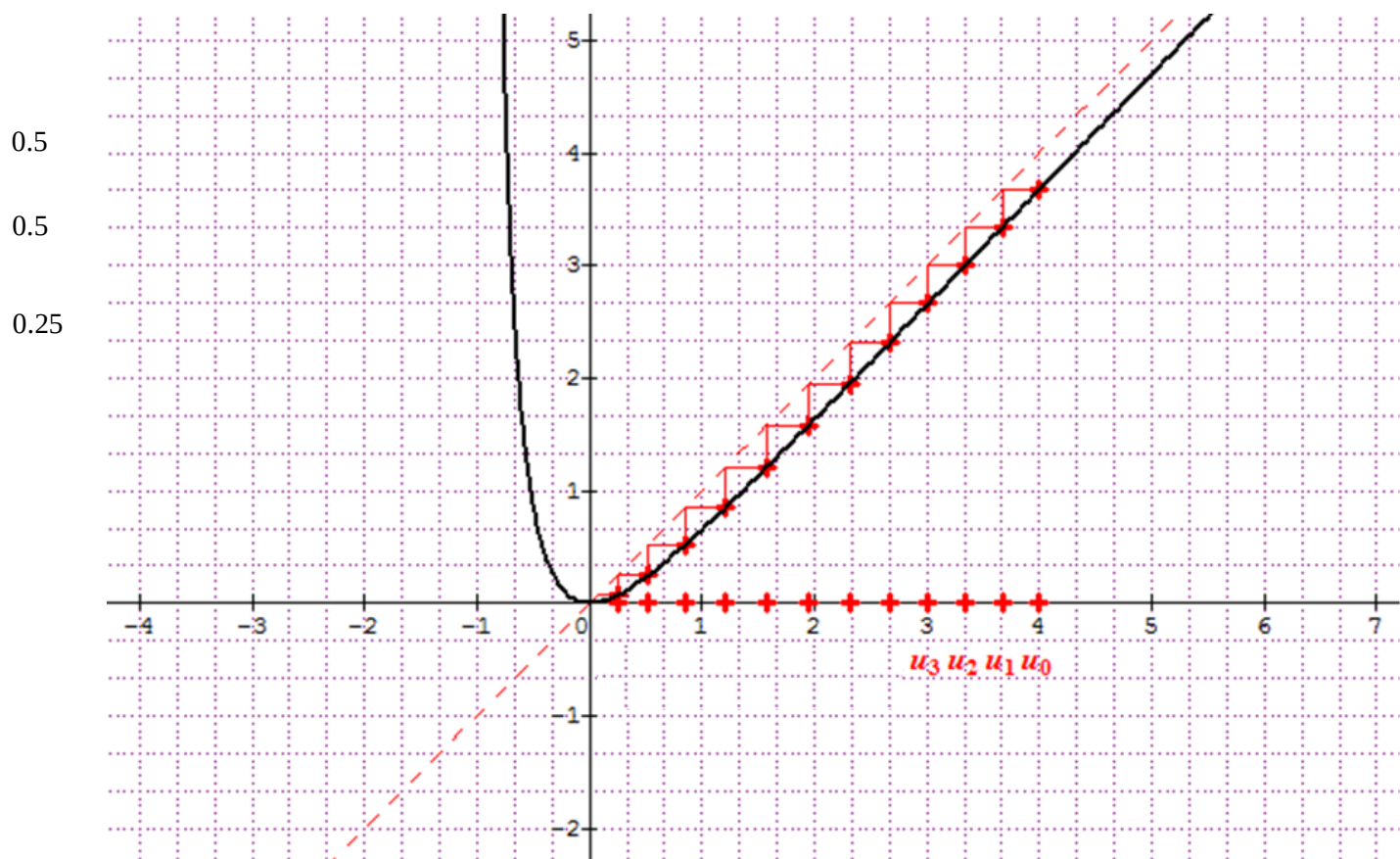
والدالة f مستمرة على المجال $] -1, +\infty[$ فإن:

$$f(l) = l$$

ومنه $f(l) - l = 0$

و حسب ما سبق $l = 0$ بالتالي

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$$



التمثيل البياني للتمرين الرابع للموضوع الأول

الحل النموذجي و سلم التنقط

بكالوريا التجريبي 2017

الشعبة : تقني رياضي

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط)		0.5
0.5	نعوض نجد : $S_n = \frac{1}{3}(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n)$ $S_n = \frac{1}{3}(2^{n+1} - 1)$ التمرين الثاني (04 نقط)	-1 $U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4} ; \quad U_0 = \frac{1}{4}$ تعيين a و b في : $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n + 4}$ و منه : $U_{n+1} = \frac{a(U_n + 4) + b}{U_n + 4}$ $\begin{cases} a = 3 \\ b = -10 \end{cases} \begin{cases} a = 3 \\ 4a + b = 2 \end{cases}$ $U_{n+1} = 3 - \frac{10}{U_n + 4}$ -2 (أ) باستعمال البرهان بالتراجع $-2 < U_n < 1$ نتحقق : $P(0) : -2 < U_0 < 1$ نفرض : $-2 < U_n < 1$ نبرهن أنها صحيحة ن أجل $n + 1$ (ب) المتتالية U_n متزايدة تماما على N لان : $U_{n+1} - U_n = \frac{-(U_n - 1)(U_n + 2)}{U_n + 4}$ وبما أن $U_n < 1$ فإن $U_n - 1 < 0$ و $U_n > -2$ فإن $U_n + 2 > 0$ فان وعليه فان : $-(U_n - 1)(U_n + 2) > 0$ ومن ثم فإن ولدينا كذلك $U_n + 4 > 0$ ومن ثم فإن $U_{n+1} - U_n > 0$ (ج) المتتالية (U_n) مقاربة لأنها متزايدة و محدودة من الأعلى بالعدد 1 (3) (أ) (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ وحدها الأول 3 $V_n = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n$ (ب) $U_n = \frac{3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n - 2}{1 + 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n}$ (ج) حساب المجموع : $V_0 = 3$ $V_1 = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)$ $V_1 = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$ $V_n = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n$
0.75	$A \in (ABC) ; B \in (ABC) ; C \in (ABC)$ (1) $\begin{cases} x = k - 2 \\ y = 5k + 8 \\ z = -k + 4 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$ (2) (3)	0.5
0.5	(أ) نحل الجملة $\begin{cases} x - 2z - 11 = 0 \\ x - y - z - 7 = 0 \end{cases}$ (ب) ندرس التوازي : $\vec{v}(2,1,1), \vec{u}(1,5,-1)$ ومنه $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{5}$ ومنه (T) و (Δ) غير متوازيان. ندرس التقاطع معناه نحل الجملة : $\begin{cases} 2t + 11 = k - 2 \\ t + 4 = 5k + 8 \\ t = -k + 4 \end{cases}$	0.25
0.5	نعوض t في المعادلة 2 نجد $k = 0$ ثم نعوض في المعادلة 3 نجد $t = 4$ ثم نعوض هذه القيم في المعادلة 1 نجد : $-2 = 19$ وهذا مستحيل. إذا (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي. (أ) -4	0.75
0.25	$E \in (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 11 + 2t \\ 0 = 4 + t \\ -4 = t \end{cases}$ نجد t وحيد $F \in (T) \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = k - 2 \\ 3 = 5k + 8 \\ 5 = 4 - k \end{cases}$	0.25
0.25	$\begin{cases} k = -1 \\ k = -1 \\ k = -1 \end{cases}$ نجد k وحيد (ب) $(\Gamma) : -6x + 3y - 9z + 54 - \alpha = 0$ و هي معادلة ديكراتيه للمستوي الذي شعاعه الناظمي $\vec{EF}$. (ج) $I\left(0, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ منتصف القطعة $[EF]$. $I \in (\Gamma)$ بعد التعويض نجد $\alpha = 63$	0.5
0.5		0.25

التمرين الثالث (05 نقاط)

(1) أ) $P(\alpha i) = 0$
نجد $\alpha = 1$ ومنه $P(i) = 0$
(ب)

$$\begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 1 \end{cases}$$

حلول المعادلة هي:

$$\left\{ i; \frac{-\sqrt{3}-i}{2}; \frac{-\sqrt{3}+i}{2} \right\}$$

(2) أ) نحسب:

$$|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = 1$$

ومنه النقط A, B, C تنتمي الى دائرة مركزها المبدأ O

ونصف قطرها 1

نبين أن

$$\begin{cases} \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \\ OA = OC \end{cases}$$

ومنه الرباعي $OABC$ معين
(3) أ) حساب

$$Z_2 = Z_1^2 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$$

التمثيل البياني

(ب) باستعمال البرهان بالتراجع :

نتحقق : من أجل $n = 0$: $OA_0 = 1$ ومنه $A_0 \in (C)$

نفرض أن : $A_n \in (C)$ ونبرهن أن $A_{n+1} \in (C)$
 $OA_{n+1} = 1$ لدينا $A_n \in (C)$ معناه :

$$OA_n = 1 \text{ أي } |Z_n| = |Z_1^n| = |Z_1|^n = 1$$

$$OA_{n+1} = |Z_1^{n+1}| = |Z_1^n| \times |Z_1| = 1$$

ومنه النقط A_{n+1} تنتمي الى الدائرة (C)

(ج) نبرهن أن:

$$Z_{n+1} - Z_n = Z_1^{n+1} - Z_1^n$$

$$= Z_1^n (Z_1 - 1)$$

$$= Z_1^n \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)$$

(د)

$$|Z_{n+1} - Z_n| = 1$$

المسافة:

$$A_n A_{n+1} = |Z_{n+1} - Z_n| = 1$$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n

$$OA_n = OA_{n+1} = 1$$

و

$$A_n A_{n+1} = 1$$

ومنه المثلثات $OA_n A_{n+1}$ متقايسة الأضلاع .

(4) أ) f تشابه مباشر مركزه النقطة A_0 ذات
اللاحقة 1 نسبته 2 وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

(ب) صورة المثلث $OA_1 A_2$ هو المثلث $O'A'_1 A'_2$
حيث

$$O' = f(O) \quad , \quad O'(0, \sqrt{3})$$

$$A'_1 = f(A_1) \quad , \quad A'_1(2, \sqrt{3})$$

$$A'_2 = f(A_2) \quad , \quad A'_2(1, 2\sqrt{3})$$

التمرين الرابع (07 نقاط)

I. (1) نحسب المشتقة: $g'(x) = e^{x-2} - 1$
جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-		+
$g(x)$		$\searrow 0 \nearrow$	

(2) إشارة : $g(x) \geq 0$

II.

(1) أ) النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

(ب)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = 0$$

(ج) وضعية C_f بالنسبة الى (d)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	+
الوضعية	أسفل	يقطع	أعلى

(2) حساب المشتقة : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ اذن الدالة f متزايدة

تماما على R

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(3) أ) معناه نحل المعادلة : $f(x) = 0$

باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة.

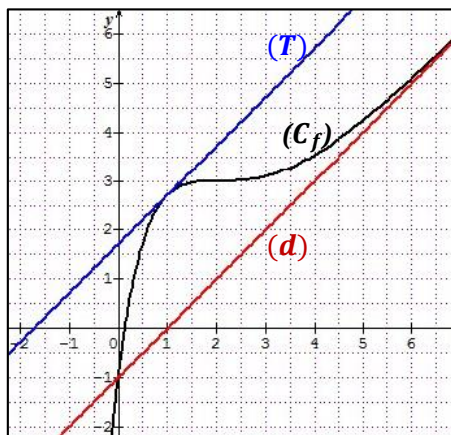
(ب) نحسب المشتقة الثانية $f''(x) = 0$

اذن المنحنى C_f يقبل نقطة انعطاف $I(2, 3)$

(ج) معادلة المماس (T) الذي يوازي (d) هي:

$$y = x - 1 + e$$

(5) التمثيل البياني



		(5) المناقشة البيانية: $f(x) = x + m$ $m < -1$ المعادلة تقبل حلا واحدا سالبا $m = -1$ المعادلة تقبل حلا و هو معدوم $-1 < m < e - 1$ حلين موجبين تماما $m = e - 1$ حلا واحدا موجبا $m = e - 1$ ليس لها حلول (6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة نضع : $U(x) = x$ و $V'(x) = e^{2-x}$ $H(x) = (-x - 1)e^{2-x}$ ب) حساب A: $A = \int_0^2 (f(x) - y) dx$ $A = \int_0^2 \frac{x}{e^{x-2}} dx = \int_0^2 x e^{2-x} dx$ $A = [H(x)]_0^2$ $A = H(2) - H(0)$ $A = (e^2 - 3) cm^2$	0.5 0.5 0.5
--	--	---	----------------------------------