

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ للفضاء نعتبر النقاط: $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ و $C(2;0;0)$

(1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) ؛ ثم احسب بُعد النقطة O عن المستوي (ABC) .

(2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل A و العمودي على (BC) .

(3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P) .

(4) ماذا يمثل المستقيم (Δ) في المثلث ABC .

(5) بين أن الجملة: $\begin{cases} x = t \\ y = 4 - 4t \\ z = t \end{cases}$ حيث $t \in \mathbb{R}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (d) المتوسط المار من B في المثلث ABC .

(6) بين أن إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي $\left(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}; \frac{8}{9}\right)$.

(7) بين أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .

(8) احسب من جديد بُعد النقطة O عن المستوي (ABC) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) عين العددين المركبين α و β حيث: $\begin{cases} 3\alpha + i\beta = 2 - 5i \\ \overline{\alpha} + i\overline{\beta} = -2 - i \end{cases}$ حيث $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β

(2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

A و B نقطتان لاحقتاهما: $z_A = -i$ و $z_B = -2 - 2i$

أ. أكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي.

ب. أحسب العدد $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}$.

ج. عين قيم العدد الطبيعي n حيث يكون $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا.

(3) z عدد مركب صورته M حيث $z \neq -2 - 2i$ و z' عدد مركب حيث: $z' = \frac{z+i}{z+2+2i}$

أ. عبر هندسيا عن طويلة z' بدلالة AM و BM ، ثم استنتج (E) مجموعة النقاط M حتى يكون $|z'| = 1$. أرسم المجموعة (E) .

ب. عبر هندسيا عن عمدة z' بدلالة $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{BM}$ ، استنتج (F) مجموعة النقاط M حيث يكون z' تخيليا صرفا، أرسم المجموعة (F) .

ج. أحسب لاحقة كل من C و D نقطتي تقاطع (E) و (F) .

د. عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (5,5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بالدستور: $f(x) = x + 2 - 2\ln|2x+1|$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. خذ $\|\vec{i}\| = 1cm$.

I.

1. احسب نهاية $f(x)$ عندما يؤول x إلى $-\frac{1}{2}$ واستنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) .

2. ادرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.

3. أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$.

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 وأكتب معادلته.

5. أحسب $f(-1)$ و $f(0)$ ، أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m . عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$.

II. نعتبر الدالة العددية F للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0; +\infty[$ بالعلاقة: $F(x) = -2x + (2x+1)\ln(2x+1)$

1. بين أن الدالة F أصلية على المجال $[0; +\infty[$ للدالة: $h: x \mapsto 2\ln(2x+1)$.

2. احسب بالسنتمتر المربع المساحة A للحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (T) والمستقيمين ذو المعادلتين $x = 0$ و $x = \frac{3}{2}$.

III. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي: $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - \ln(2x+1)^2$

1. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن $-\frac{1}{2}$ يكون لدينا: $-1-x \neq -\frac{1}{2}$ و $g(-1-x) = g(x)$

2. استنتج أن (Γ) المنحنى الممثل للدالة g يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.

3. أثبت أن $g(x) = f(x)$ على مجال يطلب تعيينه.

4. استنتج إنشاء (Γ) انطلاقا من (C_f) ، ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق.

التمرين الرابع: (5,5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_1 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = u_n \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right)$

1. برهن بالتراجع أن $u_n > 0$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n .

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\ln u_n = \ln\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \ln\left(1 + \frac{1}{2^2}\right) + \dots + \ln\left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$

3. نضع $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$ و $T_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^n}$

اعتمادا على النتيجة التالية: من أجل كل عدد حقيقي موجب x ، $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n - \frac{1}{2}T_n \leq \ln u_n \leq S_n$

4. عبّر بدلالة n عن كل من المجموعتين S_n و T_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$.

5. أ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

ب) نقبل النتيجة التالية: "إذا كانت متتاليتان (v_n) و (w_n) متقاربتان حيث $w_n \leq v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فإن $\lim_n w_n \leq \lim_n v_n$ "

" . علما أن (u_n) متقاربة نحو العدد l ، بين أن: $1 \leq \ln l \leq \frac{5}{6}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد l .

الموضوع الثاني

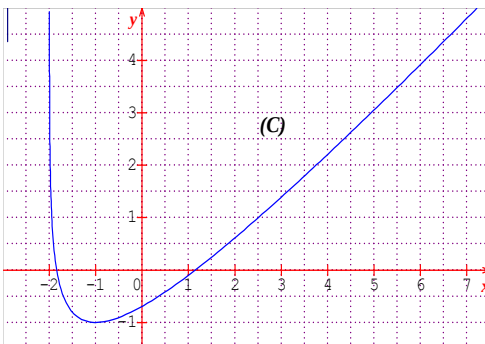
التمرين الأول: (05 نقاط)

- (1) برهن أن الدوران r ذو الزاوية α و المركز Ω ذو اللاحقة ω هو التحويل النقطي في المستوي المركب الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' - \omega = e^{i\alpha}(z - \omega)$.
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، الوحدة البيانية $1cm$.
نعتبر التحويل النقطي T في هذا المستوي والذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:
- $$z' = iz + 4 + 4i$$
- أ. عين اللاحقة ω للنقطة Ω حيث $T(\Omega) = \Omega$.
- ب. بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا: $z' - 4i = i(z - 4i)$.
- ج. استنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميّزة.
- (3) A و B نقطتان لاحقتاهما: $z_A = 4 - 2i$ و $z_B = -4 + 6i$.
أ. عين لاحقتي النقطتين A' و B' صورتَي A و B على الترتيب بالتحويل T .
ب. علم النقط A' ، B' ، A ، B و Ω في المستوي المركب.
- (4) نسمي p ، m ، n و q لواحق النقط P ، M ، N و Q على الترتيب منتصفات للقطع المستقيمة: $[AA']$ ، $[BB']$ ، $[A'B]$ و $[B'A]$ على الترتيب.
- أ. أحسب p ، m ، n و q ثم علم النقط P ، M ، N و Q في نفس المعلم السابق.
- ب. برهن أن المستقيمين (AB') و (ΩN) متعامدان.
- ج. بين أن: $\frac{q-m}{n-m} = i$ و $\frac{q-p}{m-n} = 1$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $MNPQ$.

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

1. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B(-2;1;1)$ والشعاع $\vec{n}(2;1;-5)$ ناظم له، والمستوي (P') ذو المعادلة: $2x + y + z - 10 = 0$.
- أ. برهن أن المستويين (P) و (P') متعامدان.
- ب. برهن أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(3;1;3)$ و الموجّه بالشعاع $\vec{u}(-1;2;0)$.
- ج. احسب المسافة بين النقطة $A(3;1;2)$ والمستقيم (Δ) .
2. نعتبر من أجل كل عدد حقيقي t النقطة $M(3-t;1+2t;3)$ من الفضاء.
- أ. عبر عن المسافة AM بدلالة t .
- ب. h الدالة العددية للمتغير الحقيقي t معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(t) = AM$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج من جديد المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .



التمرين الثالث: (4,5 نقاط)

- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - \ln(x+2)$.
- (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ الشكل المقابل...
- (1) أحسب $g(-1)$ ، وبقراءة بيانية، حدد اتجاه تغير الدالة g .

- (2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = g(u_n)$
- (3) أعد رسم المنحني (C) على ورقتك المليمترية وضع على حامل محور الفواصل الحدود: u_0, u_1, u_2 و u_3 (لا يطلب حساب الحدود)
- (4) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n \geq -1$
- (5) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.
- (6) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.
- (7) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: المعرفة بـ $v_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$$v_n = \ln(u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)$$
أ. أثبت أنه من أجل عدد طبيعي $n: v_n = 3 - u_n$
ب. أستنتج: $\lim_n (u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)$

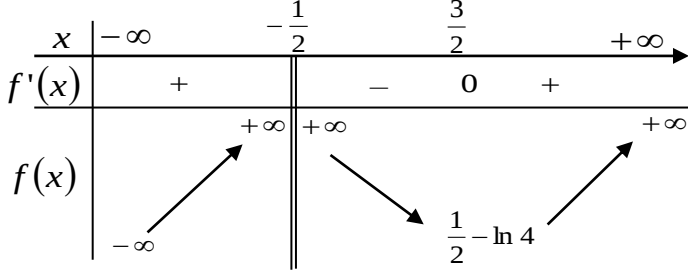
التمرين الرابع: (06 نقاط)

- I. لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بالدستور: $f(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$ نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f و (Γ) المنحني الذي معادلته $y = \ln x$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
1. أدرس ووضح النهايات للدالة f عند 1 وعند $+\infty$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x > 1$ لدينا: $f'(x) = \frac{1 + (\ln x)^2}{x(\ln x)^2}$
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم أنشئ جدول تغيراتها.
4. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، قدم تفسيراً هندسياً للنتيجة.
5. وضح الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .
- II. نريد البحث عن المماسات للمنحني (C_f) المارة بالمبدأ O ، ليكن a عدد حقيقي من المجال $]1; +\infty[$.
1. برهن أن المماس T_a للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a يمر بمبدأ الإحداثيات إذا و فقط إذا كان $f(a) - af'(a) = 0$
- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بالدستور: $g(x) = f(x) - xf'(x)$
2. برهن أنه على المجال $]1; +\infty[$ المعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ لهما نفس الحلول.
3. لتكن الدالة u ذات المتغير الحقيقي t المعرفة على $\mathbb{R}$ بالدستور: $u(t) = t^3 - t^2 - t - 1$
- أ. ادرس تغيرات الدالة u وأنشئ جدول تغيراتها.
- ب. بين أن الدالة u تنعدم مرة واحدة فقط على $\mathbb{R}$.
- ج. استنتج وجود مماس وحيد للمنحني (C_f) يمر بالمبدأ O .
- د. أثبت أن الحل الوحيد α للمعادلة $u(x) = 0$ يحقق: $1,83 < \alpha < 1,84$.
- هـ. استنتج أن معادلة المماس (T_{e^α}) المار من المبدأ O هي $y = \left(\frac{1 + \alpha^2}{e^\alpha \alpha^2} \right)$.
- III. الإنشاء والدراسة البيانية
1. أنشئ ه المماس (T_{e^α}) والمنحنيين (Γ) و (C_f) ، يعطى ما يلي: $\alpha \approx 1,8$ و $e^\alpha \approx 6,26$
2. نعتبر عدد حقيقي m ، من قراءة بيانية أدرس حسب قيم العدد الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$ التي تنتمي إلى المجال $]1; 10[$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية غرداية
حل نموذجي لامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي
ماي 2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الأول.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
04 نقاط		التمرين الأول: 04 نقاط
	0,5 0,5	(1) معادلة للمستوي (ABC) : $2x + y + 2z - 4 = 0$ المسافة بين O و (ABC) هي: $d(O; (ABC)) = \frac{4}{3}$
	0,5	(2) معادلة ديكارتية للمستوي (P) : $x - 2y = 0$
	0,5	(3) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P) مع $t \in R$ $\begin{cases} x = 4t \\ y = 2t \\ z = -5t + 2 \end{cases}$
	0,25	(4) (Δ) هو العمود النازل من A في المثلث ABC .
	0,25+0,25	(5) التحقق من أن إحداثيات كلا من النقطتين B و $I(1;0;1)$ منتصف القطعة $[AC]$ تحققان الجملة.
	0,5	(6) إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي: $(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}; \frac{8}{9})$
	0,5	(7) $H \in (ABC)$ و $\overrightarrow{OH}$ يعامد (ABC) .
	0,25	(8) $d(O; (ABC)) = OH = \frac{4}{3}$
05 نقاط		التمرين الثاني: 05 نقطة
	0,5	(1) $\alpha = 1 - i$ و $\beta = -2 + i$
	0,25+0,25	(2) أ) $z_B = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$ و $z_A = e^{-i\frac{\pi}{2}}$
	0,5	ب) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016} = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2016} = e^{504i} = 1$
	0,5	ج) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا معناه $\frac{n\pi}{4} = 2k\pi$ مع $k \in Z$ أي $n = 8k$.
	0,5	(3) أ) $ \omega' = \frac{ \omega + i }{ \omega + 2 + 2i } = \frac{AM}{BM}$
	0,5	معناه $ \omega' = 1$ $AM = BM$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$ + رسم (E)
	0,5	ب) $\arg(\omega') = (\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA})$
	0,5	مع $k \in Z$ $\begin{cases} (\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA}) = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ M \neq A; M \neq B \end{cases}$ معناه $\omega' \in iR$ مجموعة النقط هي دائرة قطرها $[AB]$ باستثناء النقطتين A و B + رسم (F)

	0,5 0,5	$\omega = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ أو $\omega = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ أي $\omega' = -i$ أو $\omega' = i$ معناه $\omega' \in iR$ و $ \omega' = 1$ وبالتالي: $z_D = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ و $z_C = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ (د) $ABCD$ مربعا (مع التعليل)
		التمرين الثالث: 5,5 نقطة
	0,25+0,25	(1) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x) = \frac{3}{2} - 2 \ln(0^+) = +\infty$. للمنحني (C_f) مستقيم مقارب معادلته $x = -\frac{1}{2}$
	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1) \left(\frac{x+2}{2x+1} - 2 \frac{\ln(2x+1)}{2x+1} \right) = +\infty \left(\frac{1}{2} - 0 \right) = +\infty$ f تقبل الاشتقاق على $R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ باعتبارها مجموع دوال تقبل الاشتقاق على R و $R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ $f'(x) = 1 - \frac{4}{2x+1} = \frac{2x-3}{2x+1}$ f متزايدة تماما على المجالين $\left[\frac{3}{2}; +\infty \right[$ و $]-\infty; -\frac{1}{2} \left[$ f متناقصة تماما على المجال $\left] -\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right]$ 
	0,25	(3) $f(x) = x$ يكافئ $\ln 2x+1 = 1$ يكافئ $x = \frac{e-1}{2}$ أو $x = \frac{-e-1}{2}$
5,5 نقاط	0,25	إحداثيات نقطتي التقاطع: $\left(\frac{e-1}{2}; \frac{e-1}{2} \right)$ و $\left(\frac{-e-1}{2}; \frac{-e-1}{2} \right)$
	0,25+0,25 0,25	(4) $f'(x) = -3$ يكافئ $x = 0$. كون للمعادلة حلا واحدا فإن المنحني (C_f) يقبل مماسا واحدا ميله -3 . معادلة للمماس (T) : $y = -3x + 2$
	0,25	(5) $f(0) = 2$ و $f(-1) = 1$
	0,5 الرسم	(6) $f(x) = x + m$ حلولها هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات التي معادلته $y = x + m$. مناقشة: إذا كان $m < 2$ فإن للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة. إذا كان $m = 2$ فإن للمعادلة حلين أحدهما معدوم والآخر سالب تمام. إذا كان $m > 2$ فإن للمعادلة حلين متميزين سالبين تماما.
	0,25	II - 1. من أجل كل x من $[0; +\infty[$ ، $F'(x) = 2 \ln(2x+1)$
	0,25	2. $A = \int_0^3 [f(x) - (-3x+2)] dx \text{ cm}^2 = \left[-F(x) + 2x^2 \right]_0^3 \text{ cm}^2 = (7,5 - 8 \ln 2) \text{ cm}^2$
	0,25	III - 1. من أجل كل x من $R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ ، $-1 - x \neq -\frac{1}{2}$ منه $x \neq -\frac{1}{2}$

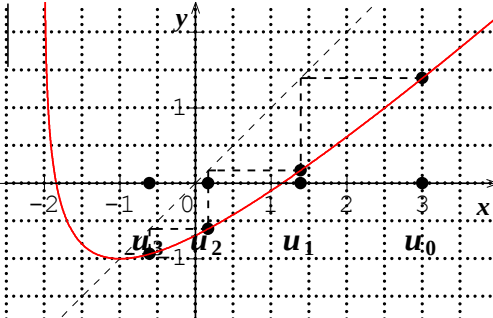
		$g(-1-x) = \frac{3}{2} + \left -1-x + \frac{1}{2} \right - \ln[2(-1-x)+1]^2 = \frac{3}{2} + \left -x - \frac{1}{2} \right - \ln(-2x-1)^2 = g(x) \quad \text{و}$
	0,25	(2) استنتاج أن المنحني (C_g) يقبل محور تناظر معادلته: $x = -\frac{1}{2}$
	0,25	(3) من أجل $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$ ، $x \in$ $g(x) = f(x)$
	0,25	(4) (Γ) ينطبق على (C_g) في المجال $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$. وإلتزام رسم (Γ) نأخذ نظير الجزء المرسوم بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x = -\frac{1}{2}$.
		التمرين الرابع: 5,5 نقاط
5,5 نقاط	0,25	1. من أجل $n=1$ ، $u_1 = \frac{3}{2} > 0$ محققة (بداية التراجع)
	0,25	نفرض أن $u_n > 0$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع)
	0,5	لدينا: $u_n > 0$ منه $u_n \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right) > 0$ أي $u_{n+1} > 0$ (استنتاج التراجع)
	0,25	2. من أجل $n=1$ ، $\ln u_1 = \ln \frac{3}{2} = \ln \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ محققة (بداية التراجع)
	0,25	نفرض أن $\ln u_n = \ln \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \ln \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) + \dots + \ln \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع)
	0,5	لدينا: $\ln u_{n+1} = \ln u_n \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right) = \ln u_n + \ln \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right)$ محققة $= \ln \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \ln \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) + \dots + \ln \left(1 + \frac{1}{2^n}\right) + \ln \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right)$ استنتاج التراجع)
	0,5	3. $\frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4^2} \leq \ln \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \leq \frac{1}{2^2}$ و $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2^2} \leq \ln \left(1 + \frac{1}{2}\right) \leq \frac{1}{2}$ و... و $\frac{1}{2^n} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4^n} \leq \ln \left(1 + \frac{1}{2^n}\right) \leq \frac{1}{2^n}$ بالجمع طرف لطرف نحصل على: $S_n - \frac{1}{2} T_n \leq \ln u_n \leq S_n$
	0,5+0,5	4. $T_n = \frac{1}{4} \frac{1 - \frac{1}{4^n}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4^n}\right)$ و $S_n = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$
	0,5+0,5	و $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = \frac{1}{3}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$
	0,25	5. أ) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2^{n+1}} u_n > 0$. (u_n) متزايدة تماما.
	0,5	ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln u_n = \ln l$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(S_n - \frac{1}{2} T_n\right) = \frac{5}{6}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$ وبالتالي $\frac{5}{6} \leq \ln l \leq 1$
	0,25	من $\frac{5}{6} \leq \ln l \leq 1$ ينتج أن $e^{\frac{5}{6}} \leq l \leq e$

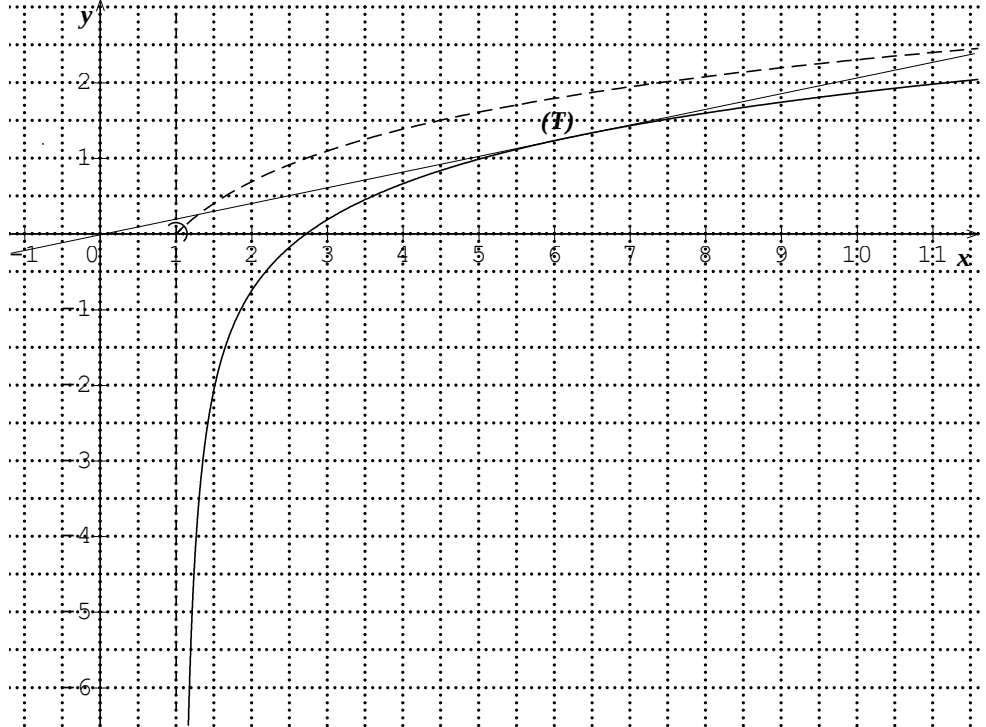
حل نموذجي لامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي 2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الثاني.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
05نقاط		التمرين الأول: 05 نقاط
	0.75	(1) $r(M)=M'$ و $M \neq \Omega$ معناه $\left\{ \begin{array}{l} \Omega M = \Omega M' \\ (\overrightarrow{\Omega M}; \overrightarrow{\Omega M'}) \end{array} \right.$ أي $\left\{ \begin{array}{l} \left \frac{z'-\omega}{z-\omega} \right = 1 \\ \arg\left(\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right) = \alpha \end{array} \right.$ أي $\frac{z'-\omega}{z-\omega} = e^{i\alpha}$.
	3×0.25	(2) أ) لدينا $\omega = i\omega + 4 + 4i$ أي $\omega = 4i$. ب) إثبات أن $z'-4i = i(z-4i)$. ج) طبيعة T : دوران T دوران مركزه النقطة $\Omega(4i)$ والزاوية $\alpha = \frac{\pi}{2}$.
	2×0.25 0.75	(3) أ) $z_{A'} = 6 + 8i$ و $z_{B'} = -2$. ب) تعليم النقط.
	4×0.25 0.5 0.75	(4) أ) منتصفات القطع: $m = 5 + 3i$ ، $n = 1 + 7i$ ، $p = -3 + 3i$ ، $q = 1 - i$. ب) إثبات أن $(B'A)$ يعامد (ΩN) ، لدينا: $\frac{z_A - z_{B'}}{n - \omega} = -2i$ إذن $\frac{\pi}{2}$ - قيسا للزاوية $(\overrightarrow{\Omega N}; \overrightarrow{B'A})$. ج) إثبات أن $\frac{q-m}{n-m} = i$ وأن $\frac{q-p}{m-n} = 1$ ، ينتج $\left(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MQ}\right) = \frac{\pi}{2}$ و $MN = MQ$ وأن $(PQ) // (MN)$ و $MN = PQ$ ينتج أن الرباعي $MNPQ$ مربع.
4.5		التمرين الثاني: 4.5 نقطة
	0.75 01	(1) أ) المستوي (P) يعامد (P') لأن $\vec{n}.\vec{n'} = 0$ حيث $\vec{n}(2;1;1)$. ب) بما أن (P) يعامد (P') فإن المستويين متقاطعان وفق مستقيم، وبما أن $C \in (P) \cap (P')$ وأن $\vec{u}.\vec{n} = 0$ و $\vec{u}.\vec{n'} = 0$ فإن (Δ) مستقيم التقاطع.
	0.5	ج) المسافة: $u.l$ $d(A;(\Delta)) = \sqrt{d^2(A;(P)) + d^2(A;(P'))} = 1$.
	0.5 1 0.75	(2) $AM = \sqrt{5t^2 + 1}$. ب) بما أن $h'(t) = \frac{5t}{\sqrt{5t^2 + 1}}$ فإن الدالة h متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ ومناقصة تماما على المجال $] -\infty; 0]$. النقطة M تمسح المستقيم (Δ) ، إذن المسافة $u.l$ $d(A;(\Delta)) = h(0) = 1$.
		التمرين الثالث: 4.5 نقطة
4.5 نقاط		(1) $(-1) = -1$ ، الدالة g متناقصة تماما على $[-2; -1]$ ومتزايدة تماما على $[-1; +\infty[$.

	01																
01		(3) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n \geq -1$. بداية التراجع: من أجل $n = 0$ لدينا: $u_0 = 3 \geq -1$ الخاصية محققة. فرضية التراجع: نفرض أن $n \geq -1$ محققة إلى غاية الرتبة n برهان التراجع: نبين أن $n+1 \geq -1$. لدينا من الفرضية $n \geq -1$ وبما أن g متزايدة تماماً على $[-1; +\infty[$ فإن $g(u_n) \geq -1$ $u_{n+1} \geq -1$															
0.5		(4) إثبات أن المتتالية (u_n) متناقصة: من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\ln(u_n + 2) \geq 0$ لأن $u_n \geq -1$															
0.75		(5) المتتالية (u_n) متقاربة كونها متناقصة ومحدودة من الأسفل ($u_n \geq -1$) النهاية: $\lim_n u_n = l$ ومنه $\ln(l + 2) = 0$ أي $l = -1$ ومنه $\lim u_n = -1$															
0.75		(6) أ) إثبات أن $n = 3 - u_n$: لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n+1 = u_n - \ln(u_n + 2)$ أي $\ln(u_n + 2) = u_n - u_{n+1}$ ومنه $v_n = (u_0 - u_1) + (u_1 - u_2) + \dots + (u_{n-1} - u_n) = u_0 - u_n = 3 - u_n$ ب) استنتاج النهاية: لدينا $\lim_{n \rightarrow +\infty} ((u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)) = \lim(e^{v_n}) = e^4$															
		التمرين الرابع: 06 نقاط															
2×0.25 0.25 0.25 0.25	<table border="1"><tr><td>x</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	1	$+\infty$	$f'(x)$	+		$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	(I) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ مع التوضيح (2) حساب المشتقة: $f'(x) = \frac{(\ln x)^2 + 1}{x (\ln x)^2}$ بعد تحديد مجموعة قابلية الاشتقاق (3) الدالة f متزايدة تماماً على $]1; +\infty[$ ، جدول تغيراتها في المقابل.						
x	1	$+\infty$															
$f'(x)$	+																
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$															
2×0.25		(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x) = 0$ منه المنحنيين (C) و (Γ) متقاربان بجوار $+\infty$.															
0.25		(5) وضعية المنحنيين (C) و (Γ): $f(x) - \ln x = -\frac{1}{\ln x} < 0$ منه (C) فوق (Γ) على $]1; +\infty[$.															
0.25		(II) (1) إثبات أن المماس (T_a) للمنحنى (C) يمر من المبدأ معناه $f(a) - af'(a) = 0$.															
0.25		(2) إثبات أن للمعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ نفس الحلول.															
6 نقاط	2×0.25 2×0.25 0.25 0.25	(3) أ) تغيرات الدالة $u: \lim_{t \rightarrow -\infty} u(t) = -\infty$ ، $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = +\infty$ لدينا $u'(t) = 3t^2 - 2t - 1 = (3t + 1)(t - 1)$ إذن u مناقصة تماماً على المجال $[-\frac{1}{3}; 1]$ ومتزايدة تماماً على المجالين $]-\infty; -\frac{1}{3}]$ و $]1; +\infty[$. جدول التغيرات:															
		<table border="1"><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{3}$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$u'(t)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td></tr><tr><td>$u(t)$</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{22}{27}$</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	t	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	$u'(t)$	+	0	-	0	$u(t)$	$-\infty$	$-\frac{22}{27}$	-2	$+\infty$
t	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$													
$u'(t)$	+	0	-	0													
$u(t)$	$-\infty$	$-\frac{22}{27}$	-2	$+\infty$													
0.25		ب) إثبات ان الدالة u تنعدم عند قيمة واحدة فقط. بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال															

0.25	$]-\infty; 1]$ وهي سالبة تماما على المجال $]-\infty; 1]$. (ج) بما المعادلة $u(t) = 0$ تقبل حلا وحيدا على $\mathbb{R}$ أي المعادلة $f(x) - xf'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا إذن يوجد مماس واحد لـ (C) يمر من المبدأ O.
0.25	(د) المعادلة $u(t) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ وبما أن $1.83 < \alpha < 1.84$ فإن $u(1.83) \times u(1.84) \cong -1.968 \times 10^{-4}$.
0.25	(هـ) بما أن حل المعادلة $u(t) = 0$ هو α فإن حل المعادلة $g(x) = 0$ هو $x = e^\alpha$ ومنه معادلة المماس (T_{e^α}) المار من المبدأ من الشكل $y = \left(\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2 e^\alpha}\right)x$.
1	(III) 1) إنشاء المستقيم (T_α) والمنحنيين (C) و (Γ): 
0.25	(2) حلول المعادلة $f(x) = mx$ على المجال $]1; 10[$ بيانها هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم ذو المعادلة $y = mx$، نميز الحالات الآتية: * إذا كان $m \in \left]-\infty; \frac{f(10)}{10}\right[$ المعادلة $f(x) = mx$ تقبل حلا واحدا على المجال $]1; 10[$. * إذا كان $m \in \left[\frac{f(10)}{10}; \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2 e^\alpha}\right[$ المعادلة $f(x) = mx$ تقبل حلين متمايزين على المجال $]1; 10[$. * إذا كان $m = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2 e^\alpha}$ المعادلة $f(x) = mx$ تقبل حلا مضاعفا على المجال $]1; 10[$ هو e^α. * إذا كان $m \in \left[\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2 e^\alpha}; +\infty\right[$ المعادلة $f(x) = mx$ لا تقبل حولا على المجال $]1; 10[$.