

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الاول: (06 نقاط)

(1) نعتبر كثير حدود ذات المجهول المركب z التالي : $P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (13 + 12i)z - 39i$

أ/ بين أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا ، يطلب تعيينه

ب/ عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث يكون من كل عدد مركب z : $P(z) = (z - 3i)(az^2 + bz + c)$

ج/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $P(z) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$. A, B, C و D أربع نقط من المستوي لواحقتها

على الترتيب : $z_A = 3i$, $z_B = \overline{z_A}$, $z_C = 2 - 3i$, $z_D = i$

أ (اكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B ويحول C إلى A

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC ، ثم احسب مساحته .

ج) لتكن النقطة E صورة النقطة A بالتحويل S . استنتج مساحة المثلث ABE

(3) أ) احسب العدد $\frac{z_A - z_B}{z_D - z_B}$ ، ثم استنتج أن صورة A بتحويل نقطي f يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

ب) عين طبيعة التحويل $f \circ S$ وعناصره المميزة .

(4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $z = z_A + 6e^{\theta i}$ حيث $(\theta \in \mathbb{R})$

أ) تحقق أن B تنتمي إلى (Γ)

ب) عين المجموعة (Γ)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ تعطى النقط :

$A(-1, 1, 3)$, $B(1, 0, -1)$, $C(2, -1, 1)$, $D(2, 0, -1)$ و المستوي (P) ذي المعادلة : $2y + z + 1 = 0$

المطلوب : أجب بصحيح او خطأ مع التبرير في كل حالة :

(1) النقط C, B, D تعين مستويا حيث : $(\alpha, t) \in \mathbb{R}^2$ / $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -\alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$ تمثيل وسيطي له

(2) المستقيم (BC) محتوي في المستوي (P) .

(3) سطح الكرة (S) ذات المركز A ونصف القطر $R = \frac{6}{5}$ تماس المستوي (P) .

(4) المستوي المحوري للقطعة $[BC]$ عمودي على المستوي (P) .

(5) النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (BCD) .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = u_n \cdot e^{-u_n}$

(1) (أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

(ب) بين أن (u_n) متناقصة تماما

(ج) استنتج أن (u_n) متقاربة , ثم احسب نهايتها

(2) (w_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \ln(u_n)$

(أ) اثبت انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = w_n - w_{n+1}$

(ب) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

بين أن $S_n = w_0 - w_{n+1}$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = 1 - e^{2x} - 2x e^{2x}$

(1) (أ) عين نهايتي الدالة g

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) f دالة العددية معرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = x + 3 - x e^{2x}$

نرمزبـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

(2) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث $-3,5 < \alpha < -3$ و $0,5 < \beta < 1$

(5) ارسم (Δ) و (C_f)

(6) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عين الدالة الأصلية للدالة $x \rightarrow x e^{2x}$ التي تنعدم من أجل $x = 0$

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذي المعادلتين $x = 0$ و $x = 1$

(III) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي : $h(x) = \frac{1 + 3x - e^x}{x}$

(أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (05 نقاط)

1- نعتبر العدد المركب a حيث : $a = -2 + 2i\sqrt{3}$

(ا) اكتب a على الشكل الآسي

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n العدد a^{3n} حقيقي

(ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2 = a$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط $A; B$ و C ذات اللواحق على الترتيب

$$z_A = -2, z_B = -1 - i\sqrt{3} \text{ و } z_C = -1 + i\sqrt{3}$$

(ا) بين أن $A; B$ و C تنتمي إلى نفس الدائرة , التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

(ب) أنشئ بدقة النقط $A; B$ و C

(ج) احسب الطويلة و العمدة للعدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ثم استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين

(د) ما طبيعة الرباعي $OCAB$ ؟

3- نعتبر S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$z' = (1 + i)z - 2$$

(ا) حدد طبيعة التحويل S و عناصره المميزة

(ب) عين لاحقة I' صورة I مركز ثقل الرباعي $OCAB$ بالتحويل S

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقطتان $A(8; 0; 8)$ و $B(10; 3; 10)$ و المستقيم (D)

$$\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 1 + 2t, \dots, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2t \end{cases} \quad \text{المعرف بالتمثيل الوسيط}$$

(1) أ/ عين تمثيل وسيطي للمستقيم (AB)

ب/ بين إن المستقيمان (D) و (AB) ليسا من نفس المستوي

(2) ليكن (P) المستوي الموازي لـ (D) و يحوي (AB)

(ا) بين أن $\vec{n}(2; -2; 1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)

(ب) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P)

(3) M نقطة كيفية من المستقيم (D) . بين أن المسافة بين M و المستوي (P) مستقلة عن اختيار M

(4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم الناتج عن تقاطع المستويين (P) و (xoy)

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $u_0 = 8$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.
المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) أنشئ (D) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$ والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

ب) مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود $u_0; u_1; u_2; u_3$. مع إبراز خطوط التمثيل

ج) ما تخمينك حول تقارب و اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؟

(2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 4 < u_n \leq 8$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

ج) استنتج أن (u_n) متقاربة .

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = u_n - 4$.

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ج) اكتب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$. ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + 1 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

(C) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1. أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$: $f(-x) + f(x) = 2$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C) ؟

ب/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

ج/ تحقق أنه من أجل كل x من $]1; +\infty[$ فإن : $f(x) = x + 1 + \ln(x-1) - \ln(x+1)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f

على المجال $]1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ/ بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

ب/ بين أن المنحنى (C) تحت المستقيم (D) على المجال $]1; +\infty[$

3. بين أن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a من المجال $]1, 2; 1, 3[$

4. أحسب $f(2)$ ، $f(3)$ ثم أنشئ المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

6. أ/ باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد الدالة الأصلية للدالة g حيث : $g(x) = \ln(x + \beta)$ على المجال $]-\beta; +\infty[$ حيث β

عدد حقيقي معلوم التي تنعدم من أجل $x = 2$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$

ب/ أحسب بالسنتيمتر المربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بين المنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين

معادلتاهما : $x = 2$ و $x = 3$

الإجابة النموذجية لموضوع بكالوريا تجريبي دورة 2017

المدة : 3 ساعات

الشعبة : علوم تجريبية

إختبار مادة : الرياضيات

العلامة	الموضوع الأول	
	عناصر الإجابة	مجزأ
5 ن	التمرين الأول: (5 ن)	
0.25	 $z = 3i$ إذن , $\alpha = 3$ معناه $p(\alpha i) = 0$ أ (1	
0.5	 $p(z) = (z - 3i)(z^2 - 4z + 13)$ ب (	
0.75	 $z_0 = 3i ; z_1 = 2 - 3i ; z_2 = 2 + 3i ; \Delta = -36 = (6i)^2$ ج (حل المعادلة :	
0.5	 $z' = 3iz - 3i - 9$ أو $(z' + 3i) = 3i(z + 3i)$: العبارة المركبة للتشابه s أ (2	
0.5	 B قائم في ABC إذن $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{2}$ ومنه $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = 3i$ ب (	
0.25	 مساحته : $6 ua$	
0.5	 $S_{ABE} = 6 \times 3^2 = 54 ua$ ومنه ABE صورة المثلث ABC ومنه ج (المثلث	
0.5	 $\frac{z_A - z_B}{z_D - z_B} = \frac{3}{2}$ ومنه f هو تحاك نسبته $\frac{3}{2}$ ومركزه B أ (3	
0.5	 $\frac{\pi}{2}$ وزاويته $3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ ونسبته B مركزه f هو تشابه مباشر مركزه B ومنه ب (	
0.25	 $ z_B - z_A = -6i = 6$ ومنه B تنتمي إلى (γ) أ (4	
0.5	 (γ) هي دائرة مركزها A ونصف قطرها 6 ب (	
1	التمرين الثاني: (4 ن)	
1	 $t = -3 ; \alpha = 1$ تحقق الجملة من أجل C صحيح: إحدائيات (1	
	 $t = -2 ; \alpha = 0$ تحقق الجملة من أجل B إحدائيات	
	 $t = -3 ; \alpha = 0$ تحقق الجملة من أجل D إحدائيات	
0.5	 (p) صحيح : إحدائيات C و B تحقق معادلة المستوي (2	
0.5	 $d(A; p) = \frac{6}{\sqrt{5}} > \frac{6}{5}$ خطأ : (3	
1	 $\overrightarrow{BC} \cdot \vec{n} = 0$; $\vec{n}(0; 2; 1)$; $\overrightarrow{BC}(1; -1; 2)$ صحيح : (4	
1	 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} \neq 0$; $\overrightarrow{AC}(3; -2; -2)$; $\overrightarrow{BC}(1; -1; 2)$ خطأ : (5	

التمرين الثالث: (4 ن)

0.75 (1) أ) $U_0 > 0$ محققة ; نفرض $U_n > 0$ ولدينا $e^{-U_n} > 0$ ومنه $U_n e^{-U_n} > 0$ إذن $U_{n+1} > 0$..

0.5 ب) $U_{n+1} - U_n = U_n(e^{-U_n} - 1)$ و $e^{-U_n} < 1$ ومنه (U_n) متناقصة

0.25 ج) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة

0.75 نضع $\lim U_n = l$ ومنه $l = l e^{-l}$ إذن $l = 0$

0.5 (2) أ) $W_n - W_{n+1} = l \quad n - \ln U_n e^{-U_n} = \ln \frac{U_n}{U_n e^{-U_n}} = U_n$

0.5 ب) $S_n = (W_0 - W_1) + (W_1 - W_2) + \dots + (W_n - W_{n+1}) = W_0 - W_{n+1}$

0.75 $\lim S_n = +\infty$ ومنه $\lim W_n = \lim \ln U_n = -\infty$

التمرين الرابع: (7 ن)

0.5 1. أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$

0.75 ب) $g'(x) = 2e^{2x}(-2 - 2x)$

إشارة $g'(x)$: $-\infty \quad + \quad -1 \quad - \quad +\infty$

g متزايدة تماما على $]-\infty; -1]$

g متناقصة تماما على $[-1; +\infty[$. جدول التغيرات $g(-1) = 1 + e^{-2}$

0.5 2) $g(0) = 0$ إشارة $g(x)$: $-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad +\infty$

0.5 1. II) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x + 3 - \frac{1}{2}(2xe^{2x}) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(1 + \frac{3}{x} - e^{2x}) = -\infty$

0.25 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{1}{2}(2xe^{2x}) = 0$

$y = x + 3$ م م م عند $-\infty$

0.5 3) $f'(x) = 1 - (e^{2x} + 2xe^{2x}) = g(x)$

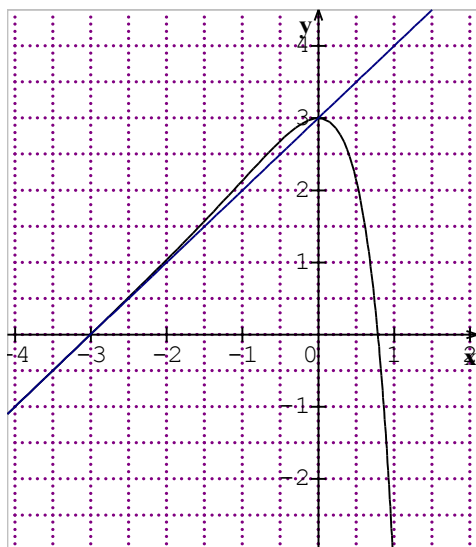
0.5 f متزايدة على $]-\infty; 0]$ ومتناقصة على $[0; +\infty[$ ' جدول التغيرات و $f(0) = 3$

0.5 4) f مستمرة ورتيبة على كل من المجالين $[-3.5; -3]$ و $[0.5; 1]$ و

$f(0.5) = 2.14$ و $f(-3) = 0.007$ و $f(-3.5) = -0.49$

و $f(1) = -3.3$ حيث: $f(-3.5) \times f(-3) < 0$ و $f(0.5) \times f(1) < 0$

0.75



0.5

0.5

..... (5) الرسم

(6) أ) F دالة أصلية للدالة f : $F(x) = \left[\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{4} \right) e^{2t} \right]_0^x$

..... $F(x) = \frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + \frac{1}{4}$

..... (ب) مساحة الحيز: $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$ ua

0.25

..... III. أ) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + 3 - \frac{1}{x}e^{\frac{2}{x}} = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x} = h(x)$

..... (ب) $h'(x) = -\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$

1

h متناقصة على $]-\infty; 0[$ و متزايدة على $]0; +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 3; \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty$$

جدول التغيرات للدالة h

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	-		+
$h(x)$	3		3

		الموضوع الثاني	عناصر الإجابة	العلامة
				مجزأ
5ن		التمرين الأول (5 ن)		
	0.5	(1) أ) $a = 4e^{i\frac{2\pi}{3}}$		
	0.5	ب) $a^{3n} = 64^n$ ومنه $a \in \mathbb{R}$		
	0.75	ج) $z^2 = a$ يعني $z = 1 + i\sqrt{3}$ أو $z = -1 - i\sqrt{3}$		
		(2) أ) لدينا $ z_A = z_B = z_C = 2$ ومنه $OA = OB = OC = 2$		
	0.5	$A; B; C$ تنتمي إلى الدائرة ذات المركز O ونصف القطر 2		
	0.75	ب) الإنشاء: B و C تنتمي إلى نفس الدائرة وإلى المستقيم ذو المعادلة $x = -1$		
	0.75	ج) $\left \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right = 1$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{2\pi}{3}$		
	0.25	ومنه $\frac{AC}{AB} = 1$ ومنه ABC متساوي الساقين		
	0.25	د) الرباعي $OACB$ معين		
	0.5	(3) أ) التحويل النقطي S هو تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ومركزه ذو اللاحقة $-2i$...		
	0.25	ب) $z_I = -1$ ومنه $z_{I'} = -3 - i$		
		التمرين الثاني: (4 ن)		
4ن	1	(1) $(AB): \begin{cases} x = 8 + 2k \\ y = 3k \\ z = 8 + 2k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$		
	0.75	(2) لدينا $\overrightarrow{AB}(2; 3; 2)$ و $\overrightarrow{u_D}(3; 2; -2)$ ومنه $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$ ولا توجد ثنائية $(t; k)$ تحقق الجملة .		
		$\begin{cases} -5 + 3t = 8 + 2k \\ 1 + 2t = 3k \\ -2t = 8 + 2k \end{cases}$		
	0.5	(3) أ) $\vec{n}(2; -2; 1)$ ناظمي للمستوي (p) لأن: $\vec{n} \cdot \overrightarrow{u_D} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$		
	0.75	ب) $(p): 2x - 2y + z - 24 = 0$		

ن4	0.5	 $d(M; p) = 12$ (ج)
	0.5	 $(p) \cap (xoy): \begin{cases} x = k' \\ y = k' - 12 \\ z = 0 \end{cases} \quad (k' \in IR)$ (4)
		التمرين الثالث: (4 ن)
	0.5	 (1 أ) التمثيل البياني للمستقيمين
	0.5	 (ب) تمثيل الحدود $U_3; U_2; U_1; U_0$
	0.25	 (ج) التخمين : المتتالية (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو 4
	0.5	 (2 أ) $4 < U_0 \leq 8$ محققة ; نفرض $4 < U_n \leq 8$ ومنه $4 < \frac{1}{4}U_n + 3 \leq 5$ ومنه $4 < U_{n+1} \leq 8$
	0.5	 (ب) $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{4}U_n + 3 - U_n = -\frac{3}{4}U_n + 3$ وبمأن $4 < U_n \leq 8$ فإن : ... $U_{n+1} - U_n < 0$ ومنه (U_n) متناقصة
	0.25	 (ج) بمأن (U_n) متناقصة على IN ومحدودة من الأسفل بالعدد 4 فهي متقاربة
	0.5	 (3 أ) (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول 4
ن7	0.25	 (ب) $U_n = (\frac{1}{4})^{n-1} + 4$
	0.25	 $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 4$ لأن $-1 < \frac{1}{4} < 1$
	0.5	 (ج) $S_n = \frac{1}{12}(4^{n+1} - 1)$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$
		التمرين الرابع: (7 ن)
	0.5	 (1 أ) $f(x) + f(-x) = 2 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 2$
	0.25	 النقطة $(0,1)$ مركز تناظر لـ (C_f)
	0.5	 (ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
		 (ج) $x + 1 > 0$ و $x - 1 > 0$ ومنه $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \ln(x-1) - \ln(x+1)$

0.5 إذن $f(x) = \ln(x-1) - \ln(x+1) + x + 1$

1

..... $f'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 1 = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

f متزايدة على المجال $]1; +\infty[$

جدول التغيرات

0.25

..... (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$

$y = x + 1$ معادلة مستقيم مقارب لمنحني الدالة f بجوار $+\infty$

0.5

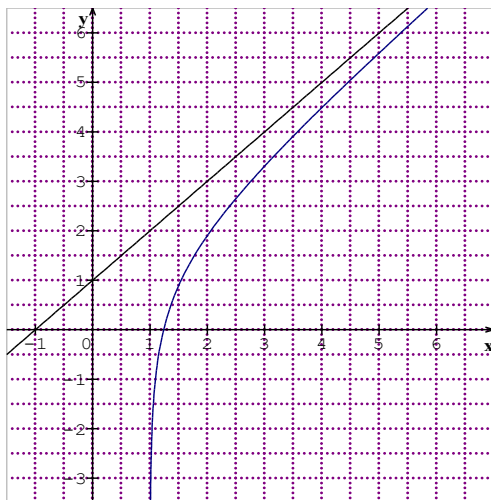
..... لدينا $\frac{x-1}{x+1} < 1$ ومنه $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) < 0$ إذن (C_f) تحت (d)

0.5

..... (ب) لدينا f مستمرة ومتزايدة تماما على $[1.2; 1.3]$ و $f(1.2) = -0.19$ و $f(1.3) = 0.26$ أي $f(1.2) \times f(1.3) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α من المجال $]1.2; 1.3[$

0.25

0.75



..... (ج) $f(3) = 4 - \ln 2$; $f(2) = 3 - \ln 3$

..... الرسم :

0.5

..... المناقشة البيانية : $m \in]-\infty; 1[$ للمعادلة حل واحد موجب

$m \in [1; +\infty[$ ليس للمعادلة حل

1

(3) أ) الدالة الأصلية للدالة g هي $x \rightarrow \left[(t + \beta) \ln(t + \beta) - t \right]_2^x$

..... $x \rightarrow -x + (x + \beta) \ln(x + \beta) - (2 + \beta) \ln(2 + \beta) + 2$

الدالة الأصلية للدالة f هي $x \rightarrow (x - 1) \ln(x - 1) - (x + 1) \ln(x + 1) + \frac{1}{2}x^2 + x$

0.5

..... (ب) $\int_2^3 (y - f(x)) dx = [-(x-1) \ln(x-1) + (x+1) \ln(x+1)]_2^3 = (-2 \ln 2 + 4 \ln 4 - 3 \ln 3)$

..... $S = (-2 \ln 2 + 4 \ln 4 - 3 \ln 3) \times 4 \text{ cm}^2$