

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ النقط $A(1;3;2)$ ، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$.

1- أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ج) بين أن $x + y - 2z = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2- (P) المستوي الذي معادلته $x - 2y - 2z + 6 = 0$.

أ) بين أن المستويان (ABC) و (P) متقاطعان وفق مستقيم وليكن (Δ) .

ب) بين أن الجملة $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$ حيث $(t \in \mathbb{R})$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) .

3- بين O مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3);(C;-2)\}$

4- أ- عين طبيعة (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{5}$

ب- احسب احداثيات النقطتين D و E تقاطع (S) و (Δ) .

ج- ما هي طبيعة المثلث ODE ؟ استنتج المسافة بين O و (Δ) .

التمرين الثاني:

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z - 3)(z^2 + 4z + 8) = 0$.

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، لتكن النقط A ، B و C التي لواحقها على

الترتيب: $z_A = 3$ ، $z_B = -2 + 2i$ و $z_C = -2 - 2i$

أ- احسب الأطوال AB ، AC و BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب- عين z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;1)\}$

ت- حدد مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

3- لتكن النقطة M من المستوي ذات اللاحقة z ، حيث M تختلف عن النقطتين A و B .

أ- فسر هندسيا عمدة العدد المركب $\frac{z-3}{z+2-2i}$.

ب- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تجعل $\frac{z-3}{z+2-2i}$ عددا حقيقيا موجبا تمام

التمرين الثالث:

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x^2 - \ln x$

1- احسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ وعند 0 .

2- ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1 + \ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

4- تحقق أن المستقيم (Δ) يقطع المنحنى (C_f) في نقطة A يطلب تعيين إحداثياتها.

5- حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0; +\infty[$

6- أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (Δ)

يطلب كتابة معادلة (T)

7- برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,39 < \alpha < 0,40$.

8- ارسم (C_f) و (Δ) و (T) ثم (C_f) ($\|\vec{i}\| = 2cm$; $\|\vec{j}\| = 1cm$)

9- ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(m+1)x - 1 - \ln x = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

$$(\Delta): \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-2t \\ z = -1+t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}) \text{ حيث: } (\Delta) \text{ والمستقيم } A(2; -4; 1)$$

- 1- عين معادلة المستوي (P) الذي يشمل النقطة A والمستقيم (Δ) .
- 2- عين إحداثيات النقطة C من (Δ) بحيث يكون $(AC) \perp (\Delta)$.
- 3- تحقق أن النقطة $B(2; -3; 0)$ نقطة من (Δ) ثم استنتج مساحة المثلث ABC .
- 4- أحسب المسافة بين النقطة $D(0; 0; 2)$ والمستوي (P) ، ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
- 5- استنتج وضعية المستقيم (Δ) مع (AD) .

التمرين الثاني:

- 1- نعتبر العددين المركبين $z_1 = 3 + 2i$ و $z_2 = 1 - 2i$
 - أ- بين أن $z_1 + \overline{z_2} = 4(1 + i)$
 - ب- أكتب $z_1 + \overline{z_2}$ على الشكل المثلثي.
 - ج- عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $(z_1 + \overline{z_2})^n$ عدد تخليا صرفا.
- 2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط A, B, C و D التي لواحقتها $z_A = 3 + 2i$ ، $z_B = -3$ ، $z_C = 1 - 2i$ و $z_D = -1 - 6i$ على الترتيب.
 - أ- عين الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
 - ب- G مرجح الجملة $\{(A; 1); (B; -1); (D; 1)\}$.
 - عين z_G لاحقة النقطة G ، ثم بين ان الرباعي $ABDG$ مربع.
 - ج- (F) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\| = 4\sqrt{5}$.
 - بين أن النقطة B تنتمي إلى (F) .
 - عين (F) ثم أنشئها.

التمرين الثالث:

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-\infty; 2]$ كما يلي: $g(x) = x + 1 + e^x$

- 1- أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.
- 2- ادرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها على $]-\infty; 2]$.
- 3- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث: $-1,28 < \alpha < -1,27$.
- 4- استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty; 2]$.

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; 2]$ كما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{1+e^x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1- عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $-\infty$.
- 2- بين أن $f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{x^2}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty; 0[\cup]0; 2]$.
- 3- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- 4- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x-1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
- 5- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$.
- 6- بين أن $f(\alpha) = \alpha - 2$ ثم استنتج حصر للعدد $f(\alpha)$.
- 7- ارسم (Δ) ثم (C_f) ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$).
- 8- ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^2 - (1+m)x + 1 + e^x = 0$.

الجزء 3:

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ كما يلي: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

- 1- بين أن $f'\left(\frac{1}{x}\right) > 0$ على المجال $]\frac{1}{\alpha}; 0[$ و $f'\left(\frac{1}{x}\right) < 0$ على المجال $]-\infty; \frac{1}{\alpha}]$.
- 2- باستعمال مشتقة دالة مركبة أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$.
- 3- احسب $h'\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$ على المجال $]-\infty; 0[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .