الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية ميلة

ثانوية: شهداء أحداث براق القرارم قوقة

الشعبة : اداب وفلسفة / لغات أجنبية

دورة : ماي 2017

اختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات — **المدة : 02 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (6 نقط)

a و b عددان طبيعيان حيث $a \equiv 3[11]$ و $b \equiv 10[11]$

1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a^2+b^2 و $2a\times b$ على 11.

2) أ) تحقق أن $b \equiv -1[11]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين : b^{2017} و b^{1438} على 11.

3) بين أن العدد $A = b^{2n+1} + 3b^{2n} + 20$ يقبل القسمة على 11 حيث : .

4) عين الأعداد الطبيعية n الأصغر من أو تساوي 43 التي تحقق : $(a+2b)^{2n} + 12n \equiv 0[11]$

التمرين الثاني : (6 نقط)

(U_n) متتالية حسابية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ب : $U_2 = 4$ و $U_6 - 2U_3 = 2$

1) عين أساس المتتالية وحدها الأول U_0

2) أكتب عبارة الحد العام للمتتالية (U_n) بدلالة n.

3) أوجد رتبة الحد الذي يساوي 100 لهذه المتتالية .

4) أ) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

ب) استنتج المجموع $\Gamma = U_0 + U_1 + ... + U_{34}$

التمرين الثالث: (8 نقط)

I) g دالة عددية معرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كمايلي :

$g(x) = a - 3x^2$ حيث a عدد حقيقي ،و (C_g) تمثيلها البياني المقابل

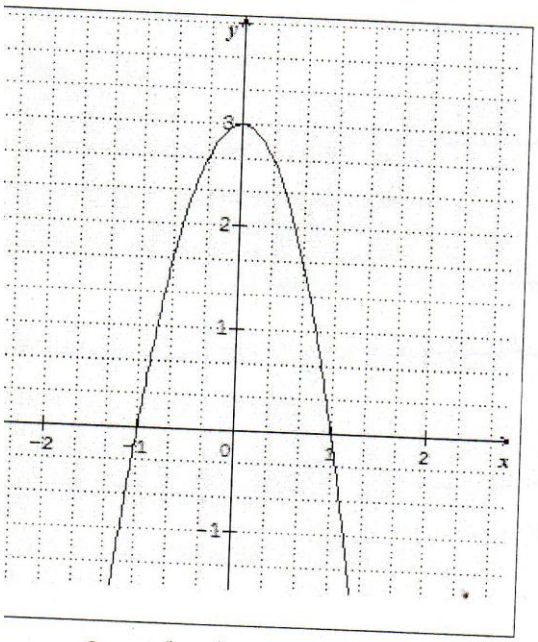
1) عين بيانيا $g(1)$ ثم عين قيمة a.

2) بقراءة بيانية : أ) شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) عين إشارة $g(x)$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$f(x) = -x^3 + 3x - 2$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$



1) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

4) أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.

5) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = (x-1)(-x^2 - x + 2)$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم أستنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

6) أنشئ (Δ) و (C_f)

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(6 نقط)

أختر الإقتراح الصحيح من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة مما يلي :

1) عدد قواسم العدد 9720 هو : أ) 24 ب) 48 ج) 15

2) العددان 2016 و 1436 متوافقان بتردد : أ) 7 ب) 5 ج) 9

3) إذا كان $x \equiv 1[5]$ فإن: أ) $x = 5k + 1$ ب) $x = 5k$ ج) $x = 5k + 4$

4) باقي القسمة الإقليدية للعدد (-2017) على 7 هو : أ) 1 ب) 6 ج) -6

5) اذا كان باقي قسمة العدد الطبيعي a على 12 هو 8 فإن باقي قسمة a على 6 هو : أ) 0 ب) 1 ج) 2

6) اذا كان $a \equiv 34[5]$ فإن : أ) $a^{2017} \equiv -1[5]$ ب) $a^{2017} \equiv 3[5]$ ج) $a^{2017} \equiv 1[5]$

التمرين الثاني :(6 نقط)

(U_n) متتالية عددية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ب : $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = 3U_n - 1$

1) أحسب الحدود U_1 ، U_2 و U_2

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كمايلي : $V_n = U_n - \frac{1}{2}$.

أ) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول V_0

ب) أكتب V_n بدلالة n .

ج) أستنتج U_n بدلالة n ثم أحسب الحد الخامس للمتتالية (U_n) .

د) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ ثم استنتج المجموع $S'_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

التمرين الثالث: (8 نقط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty,-3[\cup]-3,+\infty[$ كمايلي $f(x)=a-\frac{18}{x+3}$ حيث a عدد حقيقي

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) عين العدد a حتى تكون النقطة $M(-2,-14)$ من المنحنى (C_f) .

1) بين أنه ا من أجل كل عدد حقيقي $x\neq -3$ فإن : $f(x)=\frac{4x-6}{x+3}$.

2) أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$ ثم فسر بيانيا النتيجتين .

3) أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow-3} f(x)$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow-3} f(x)$ ثم فسر بيانيا النتيجتين .

4) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

5) عين نقط تقاطع المنحنى مع حاملي المحورين .

6) أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.

7) أنشئ (Δ) و (C_f)

هذا قسم الامتحان التجريبي في الميكالوريا

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) تعيين باقي قسمة كل من a^2+b^2 و $2axb$ على 11

لدينا $a \equiv 3[11]$ ومنه $a^2 \equiv 9[11]$ ...①

$b \equiv 10[11]$ ومنه $b^2 \equiv 10^2[11]$ ...②

من ① و② نجد: $a^2+b^2 \equiv 9+100[11]$

أي $a^2+b^2 \equiv 109[11]$

وبما أن $109 \equiv 10[11]$

فإن $a^2+b^2 \equiv 10[11]$

باقي قسمة a^2+b^2 على 11 هو 10

كما لدينا:

$a \equiv 3[11]$ ومنه $2a \equiv 6[11]$ ...①

$b \equiv 10[11]$ ومنه ... ②

من ① و② نجد $2axb \equiv 60[11]$

أي $2axb \equiv 5[11]$

باقي قسمة $2axb$ على 11 هو 5.

ب) التحقق من أن: $b \equiv -1[11]$

لدينا: $b-(-1) = 10+1 = 11$

و 11 مضاعف للعدد 11 ومنه

$b \equiv -1[11]$

ج) الاستنتاج:

لدينا $b \equiv -1[11]$ أي $b^{2017} \equiv (-1)^{2017}[11]$

ومنه $b^{2017} \equiv -1[11]$

أي $b^{2017} \equiv 10[11]$

باقي قسمة b^{2017} على 11 هو 10

كما لدينا: $b^{1438} \equiv (-1)^{1438}[11]$ ومنه $b \equiv -1[11]$

ومنه $b^{1438} \equiv 1[11]$

ومنه باقي قسمة b^{1438} على 11 هو 1

3) نبين أن A يقبل القسمة على 11.

لدينا: $b^{2n+1} \equiv (-1)^{2n+1}[11]$ ومنه $b \equiv -1[11]$

أي: $b^{2n+1} \equiv -1[11]$ ...①

الشعبة آداب وفلسفة / لغات أجنبية

ولدينا: $b \equiv -1[11]$ ومنه $b^{2n} \equiv (-1)^{2n}[11]$

أي: $3b^{2n} \equiv 3[11]$ ...②

من ① و② نجد

$b^{2n+1}+3b^{2n}+20 \equiv -1+3+20[11]$

$A \equiv 22[11]$

$A \equiv 0[11]$

ومنه A يقبل القسمة على 11.

4) تعيين الأعداد الطبيعية n:

لدينا: $(a+2b)^{2n}+12n \equiv 0[11]$

ومنه $(3+2(-1))^{2n}+1n \equiv 0[11]$

$(3-2)^{2n}+n \equiv 0[11]$

$1^{2n}+n \equiv 0[11]$

$1+n \equiv 0[11]$ أي

ومنه: $n \equiv -1[11]$

ومنه $n \equiv 10[11]$

أي $n = 11k+10$ حيث k عدد طبيعي:

لما $k=0$ نجد $n = 11x0+10 = 10$

لما $k=1$ نجد $n = 11x1+10 = 21$

لما $k=2$ نجد $n = 11x2+10 = 32$

لما $k=3$ نجد $n = 11x3+10 = 43$

الأعداد الطبيعية هي 10، 21، 32، 43

التمرين الثاني

1) تعيين أساس المتتالية:

لدينا: $u_n = u_p+(n-p)r$

$u_n = u_2+(n-2)r$

$u_n = 4+(n-2)r$

$u_3 = 4+(3-2)r = 4+r$

$u_6 = 4+(6-2)r = 4+4r$

ولدينا: $u_6-2u_3 = 2$

ومنه $4+4r-2(4+r) = 2$

$4+4r-8-2r = 2$

$2r = 6$

$r = 3$

ولدينا: $u_n = u_6+nr$

من ①

تابع حل التمرين الثاني:

$u_n = u_0 + nr$

$u_2 = u_0 + 2 \times 3$

$u_0 = 4 - 6 = -2$

2/ كتابة u_n بدلالة n: $u_n = u_0 + nr$

ومنه: $\boxed{u_n = -2 + 3n}$

3/ لدينا $u_n = 100$ ومنه $-2 + 3n = 100$

أي $3n = 102$ أي $n = \frac{102}{3} = 34$

ومنه $\boxed{u_{34} = 100}$ رتبته 35

4/ حساب المجموع:

$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$= \frac{\text{عدد الحدود}}{2}(u_0 + u_n)$

$= \frac{n-0+1}{2}(-2 + 2 + 3n)$

$\boxed{S_n = \frac{n+1}{2}(-4 + 3n)}$

ب- الإستنتاج:

$t = u_0 + u_1 + \dots + u_{34}$

$= \frac{34+1}{2}(-4 + 3(34))$

$\boxed{t = 1715}$

التمرين الثالث:

1) من البيان $g(1) = 0$

ومنه $a - 3 \times 1^2 = 0$ أي $a - 3 = 0$

ومنه $\boxed{a = 3}$

2/ جدول تغيرات g:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

أ- إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

II- $f(x) = -x^3 + 3x - 2$

1/- حساب النهايات:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty}(-x^3) = +\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty}(-x^3) = -\infty$

2- إتجاه تغير f.

$f'(x) = -3x^2 + 3$

$f'(x) = 0$ ومنه $-3x^2 + 3 = 0$

أي $-3x^2 = -3$

$x^2 = \frac{-3}{-3} = 1$

ومنه $x = \sqrt{1}$ أو $x = -\sqrt{1}$

$x = 1$ أو $x = -1$

إشارة $f'(x)$ حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

f متناقصة تماما على $]-\infty,-1]$ و $[1,+\infty[$

و متزايدة تماما على $[-1,1]$

جدول تغيرات f.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

$f(-1) = -(-1)^3 + 3(-1) - 2 = 1 - 3 - 2 = -4$

$f(1) = -1^3 + 3 \times 1 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$

3/ لدينا: $f''(x) = -6x$

$f''(x) = 0$ ومنه $-6x = 0$ أي $x = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

$f''(x)$ تنعدم عند 0 وتغير إشارتها

ومنه النقطة $I(0,-2)$ نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f).

4- معادلة المماس (Δ):

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$\boxed{y = 3x - 2}$

5- P-

لدينا:

$(x-1)(-x^2 - x + 2)$

$= -x^3 - x^2 + 2x + x^2 + x - 2$

$= -x^3 + 3x - 2$

$= f(x)$

ب) حل المعادلة:

$f(x) = 0$

$(x-1)(-x^2 - x + 2) = 0$

$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ \text{أو} \\ -x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 \\ -x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$

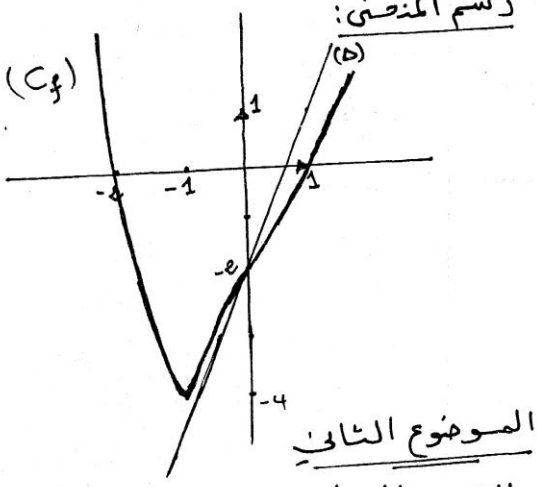
$\Delta = 9$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{1-3}{-2} = 1$ $= \frac{1+3}{-2} = -2$

المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين $M_1(1,0)$ ، $M_2(-2,0)$

رسم المنحنى:



الموضوع الثاني

التمرين الأول:

1 - الإقتراح الصحيح هو: (ب)

لدينا: $9720 = 2^3 \times 3^5 \times 5^1$

عدد قواسم 9720

$(3+1)(5+1)(1+1) = 4 \times 6 \times 2 = 48$

2 - الإقتراح الصحيح هو (ب)

لدينا $2016 - 1436 = 580$

و 580 مضاعف للعدد 5 وليس مضاعف للعددين 7 و 9.

3 - الإقتراح الصحيح هو (ج):

لدينا $x+2 \equiv 1 [5]$ ومنه $x \equiv -1 [5]$

أي $x \equiv 4 [5]$

ومنه $x = 5k+4$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

4 - الإقتراح الصحيح هو: (ب)

لدينا $\begin{cases} -2017 = 7(-289) + 6 \\ 0 \leq 6 < 9 \end{cases}$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد 2017 - على 7 هو 6

5 - الإقتراح الصحيح هو: (أ)

لدينا: $a \equiv 34 [5]$

ومنه $a \equiv 4 [5]$

أي $a \equiv -1 [5]$

ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017} [5]$

ومنه $a^{2017} \equiv -1 [5]$

التمرين الثاني:

1) $u_1 = 3u_0 - 1 = 3 \times 5 - 1 = 14$

$u_2 = 3u_1 - 1 = 3 \times 14 - 1 = 41$

$u_3 = 3u_2 - 1 = 3 \times 41 - 1 = 122$

2) نعتبر $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

أ) (v_n) متتالية هندسية معناه $\frac{v_{n+1}}{v_n} = q$

لدينا

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3u_n - 1 - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3(u_n - \frac{1}{2})}{u_n - \frac{1}{2}}$$

$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 3$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 وحدها الأول

$v_0 = u_0 - \frac{1}{2}$

$v_0 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{10-1}{2} = \frac{9}{2}$

ب - عبارة v_n بدلالة n:

$v_n = v_0 \times q^n$

$v_n = \frac{9}{2} \times 3^n$

ج - إستنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

ومنه: $v_n + \frac{1}{2} = u_n$

أي $u_n = \frac{9}{2} \times 3^n + \frac{1}{2}$

الحد الخامس هو:

$u_4 = \frac{9}{2} \times 3^4 + \frac{1}{2}$

$u_4 = 365$

د - $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$= \frac{\text{الحد الأول}}{1-q} \left(1 - q^{\text{عدد الحدود}}\right)$

$= \frac{\frac{9}{2}}{1-3} \left(1 - 3^{n-0+1}\right) = \frac{-9}{4}\left(1 - 3^{n+1}\right)$

$$f'(x)=\frac{(4x-6)'(x+3)-(x+3)'(4x-6)}{(x+3)^2}$$

$$=\frac{4(x+3)-(4x-6)}{(x+3)^2}$$

$$=\frac{4x+12-4x+6}{(x+3)^2}$$

$$=\frac{18}{(x+3)^2}>0$$

f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty,-3[$ و $]-3,+\infty[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$	4	↗	$+\infty$ $\|$ $-\infty$	↗	4

5 - نقط التقاطع مع المحاور:

مع محور الفواصل: $f(x)=0$

أي $4x-6=0$ أي $x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

(C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة $M(\frac{3}{2},0)$

مع محور التراتيب:

$f(0)=\frac{-6}{3}=-2$

(C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة $M'(0,-2)$

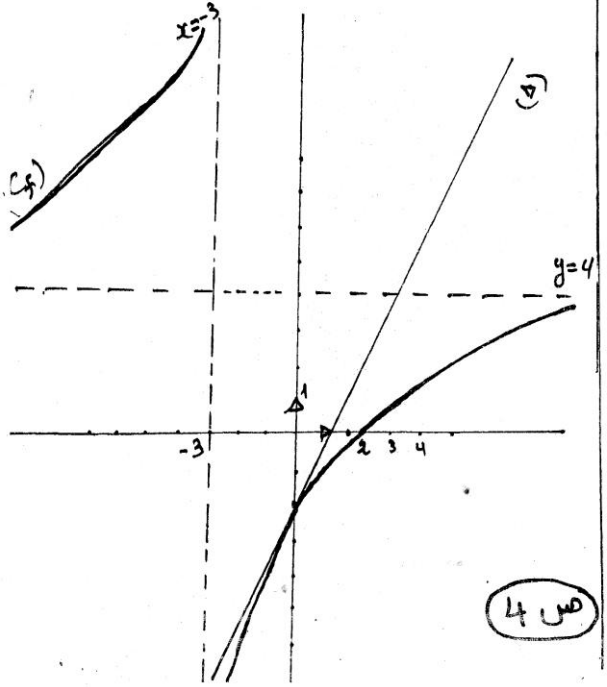
6 - معادلة المماس:

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$y=\frac{18}{(0+3)^2}x-2$

$\boxed{y=2x-2}$

رسم المماس و المنحنى



(ص 4)

$$S'_n=u_0+u_1+\dots+u_n$$

$$=\left(v_0+\frac{1}{2}\right)+\left(v_1+\frac{1}{2}\right)+\dots+\left(v_n+\frac{1}{2}\right)$$

$$=(v_0+v_1+\dots+v_n)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{2}\right)$$

$$=S_n+\text{عدد الحدود}\times\frac{1}{2}$$

$$S'_n=-\frac{9}{4}\left(1-3^{n+1}\right)+(n+1)\times\frac{1}{2}$$

التمرين الثالث

1/ أ) $f(x)=a-\frac{18}{x+3}$

لدينا $M(-2,-14)$ نقطة من (C_f)

معناه $f(-2)=-14$

أي $a-\frac{18}{-2+3}=-14$

أي $a-18=-14$

$a=-14+18$

ومنه $\boxed{a=4}$ إذن $f(x)=4-\frac{18}{x+3}$

ب/1) التبيين:

لدينا:

$$f(x)=4-\frac{18}{x+3}$$

$$=\frac{4(x+3)-18}{x+3}$$

$$f(x)=\frac{4x+12-18}{x+3}$$

$$f(x)=\frac{4x-6}{x+3}$$

2- $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4x}{x}=4$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4x}{x}=4$

التفسير البياني:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل معادلته $y=4$

3- $\lim\limits_{x\to-3,\ x<-3}f(x)=\lim\limits_{x\to-3,\ x<-3}\frac{4x-6}{x+3}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-3,\ x>-3}f(x)=\lim\limits_{x\to-3,\ x>-3}\frac{4x-6}{x+3}=-\infty$

التفسير البياني:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لحامل محور التراتيب معادلته $x=-3$.