الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
امتحان البكالوريا التجريبي في التعليم الثانوي
دورة : مـــــاي 2016

مدرية التربية لولاية برج بوعريريج
ثانوية عبد المجيد بورزق
الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات

المدة : 3 ساعات

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول : (3.5 ن)

الفضاء مزود بمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لتكن النقط $A(1;-1;1)$ ؛ $B(1;-3;0)$ و $C(0;1;3)$ والمستوي (P) ذو المعادلة الديكارتية : $2x+2y-z-4=0$

1ـ أ. بين ان النقط A ؛ B و C تعين مستويا (ABC).

ب. تحقق ان الشعاع $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي على المستوي (ABC) ثم لكتب معادلة ديكارتية له.

2ـ بين ان المستويين (P) و (ABC) متعامدين.

3ـ أ ـ احسب المسافة بين النقطة $D(1;2;-1)$ وكل من المستويين (P) و (ABC).

ب. استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (ABC).

4ـ عين تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) .ثم عين احداثيات النقطة M من (Δ) حتى تكون المسافة DM اصغر ما يمكن.

التمرين الثاني : (4.5 ن)

I / نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=0\cdots\cdots(\bullet)$

1ـ تحقق ان العدد المركب $z_1=i$ حل للمعادلة $(\bullet)$.

2ـ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث :

من اجل كل عدد مركب z : $z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=(z-i)(z^2+az+b)$.

3ـ استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة $(\bullet)$. نرمز للحلين الآخرين بـ z_2 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب و z_3 الحل الآخر

4ـ اكتب العدد المركب z_2-i على الشكل الاسي .ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى $(z_2-i)^n$ تخيليا صرفا .

II / المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.النقط A ؛ B و C لاحقاتها على الترتيب i ؛ $2+3i$ و $2-3i$

1ـ عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $Arg(z-i)=\frac{\pi}{3}+2k\pi \quad / \quad k\in\mathbb{Z}$

2ـ عين لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3ـ بين ان النقط A' ؛ B و C في استقامية وعين العبارة المركبة للتحاكي الذي مركزه B ويحول C الى A'

التمرين الثالث : (4 ن)

(u_n) متتالية موجبة معرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل : $u_0=2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3u_n-1}{2u_n}$

1ـ أ. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2u_n}$

2ـ أ. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 1$

ب. بين ان المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$

جـ. استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها .

3ـ نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \dfrac{2(u_n - 1)}{2u_n - 1}$

أ. بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الاول v_0 واساسها q.

ب. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

جـ. تحقق من نتيجة السؤال (1ـ جـ) .

د ـ احسب المجموع S : $S = u_0(v_0 - 1) + u_1(v_1 - 1) + \cdots\cdots\cdots + u_n(v_n - 1)$

التمرين الرابع : (8 ن)

I / g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل : $g(x) = x^2 - 2x + \ln|x - 1|$

1ـ ادرس تغيرات الدالة g واحسب $g(0)$ و $g(2)$

2ـ استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II / f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل :

$f(x) = x - 2 - \dfrac{\ln|x - 1|}{x - 1}$. و (C) تمثيلها البياني في مستو مزود بمعتم متعامد متجانس $\left(O ; \vec{i} , \vec{j}\right)$.

1ـ بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فان : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x - 1)^2}$ ثم ادرس تغيرات الدالة f.

2ـ بين ان المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما مائل (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما .

3ـ ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4ـ بين ان المنحني (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما .

5ـ بين ان النقطة $w(1;-1)$ مركز تناظر للمنحني (C) .

6ـ بين ان المنحني (C) يقبل نقطتي انعطاف يصلب تعيينهما .

7ـ انشئ كل من المماسين (T) و (T') و المنحني (C).

8ـ ناقش بيانيا حسب فيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.

9ـ λ عدد حقيقي سالب غير معدوم . احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = \lambda$ ؛ $x = 0$ و $y = x - 2$. ثم عين قيمة λ حتى يكون $A(\lambda) = 2$.

10ـ h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $h(x) = x - \dfrac{\ln|x|}{x}$. و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

بين ان (C_h) هو صورة (C) بانسحاب يطلب تعيينه.

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (4 ن)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. النقط $A(-2,0,1)$ ، $B(1,2,-1)$ و $C(-2,2,2)$ والمستوي (P') ذو المعادلة الديكارتية $4y+2z-7=0$.

1. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج القيمة المدورة الى الوحدة بالدرجات للزاوية $B\hat{A}C$.
2. استنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية وان $2x-y+2z+2=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
3. أ. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

ب . بين أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له .

4. أ . بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة ω يطلب تعيين احداثياها .

ب. استنتج أن ω هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

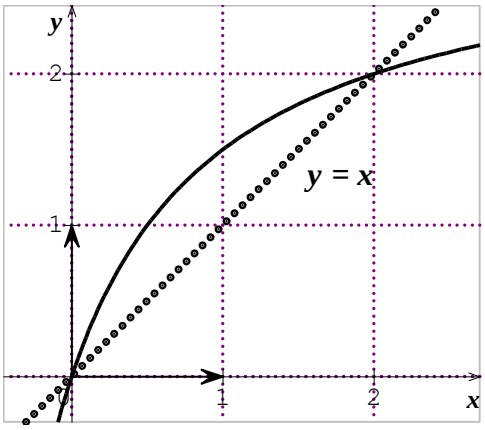
5. نعتبر النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A,\alpha^2-1);(B,\alpha^2+2);(C,-2\alpha^2)\right\}$ حيث α وسيط حقيقي .

عين بدلالة α احداثيات G_α واستنتج مجموعة النقط G_α عندما تتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني : (5.5 ن) (الجزءان I و II مستقلان عن بعضهما)

I / نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $U_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\dfrac{3U_n}{U_n+1}$.

f دالة عددية معرفة على $]-1,+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{3x}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ كما هو موضح في الشكل المقابل .



1ـ أ ـ مثل على الشكل المقابل و على محور الفواصل U_0 , U_1 ' U_2 ' U_3 مبرزا خطوط الرسم .

ب ـ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها .

2ـ أ ـ برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $0\prec U_n\prec 2$.

بـ أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ؟ وبين أنها متقاربة واحسب نهايتها ؟

3ـ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=1-\dfrac{2}{U_n}$

أ ـ أثبت أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

بـ أكتب عبارة U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

جـ أحسب بدلالة n المجموع $S=V_0+V_2+V_4+...+V_{2n}$.

II / نرمي قطعة نقدية متوازنة ثلاث مرات متعاقبة

نقترح اللعبة التالية يربح اللاعب ثلاثة دنانير اذا ظهر الوجه و يخسر دينارا واحدا اذا ظهر الظهر .

أ – عين مجموعة الامكانيات لهذه التجربة العشوائية .

بـ عين قيم المتغير العشوائي X وعين قانون الاحتمال لهذا المتغير العشوائي .

ج ـ احسب احتمال ان يربح اللاعب 5 دنانير

التمرين الثالث : (3.5 ن)

المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$. النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب : $Z_A=-1$ ، $Z_B=1+2i$ و $Z_C=1-2i$

1 . علم النقط A ، B و C .

2. عين طويلة و عمدة العدد المركب $\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z' = e^{-i\frac{\pi}{2}}Z - 1 - i$

عين طبيعة التحويل S و عناصره المميزة ثم بين أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتحويل S .

4. لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث M تختلف عن B وتختلف عن C بحيث يكون $\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ تخيليا صرفا .

أ. بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (Γ) .

ب. فسر هندسيا عمدة العدد المركب $\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) و عناصرها المميزة .

التمرين الرابع:(7 ن)

I / g هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
2. استنتج حسب قيم x من $\mathbb{R}$ فان : $g(x) \succ 0$.

II / f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1. أحسب نهايتي f عند اطراف مجال التعريف.
2. أ- بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$.
6. أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمان (Δ) و (T) .
7. h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = (2|x|-1)e^{2|x|} + |x| + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني .

بين أن h زوجية واشرح كيف يتم انشاء المنحنى (C_h) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه في نفس المعلم .

8. باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = 1 - \frac{e}{2}$.
9. احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$

من اعداد : محلب ---- مخلوفي