الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان شهادة بكالوريا التجريبية التعليم الثانوي

الشعبة : رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة : 04ساعات و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

تمرين1:

1- $p(z)$ كثير حدود حيث : $p(z)=z^4+6z^3+30z^2+48z+40$ حيث z عدد مركب

- بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا: $p(z)=(z+1-i)g(z)$ حيث $g(z)$ كثير حدود يطلب تعيينه.

- تحقق ان $g(-1-i)=0$ ثم حل في C المعادلة $p(z)=0$

2 - نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ النقط :

A ، B ، C و D صور الاعداد المركبة : $-2+4i$ ، $-2-4i$ ، $2+3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

- اكتب العدد المركب z حيث $z=z_A+z_D+1$ على شكله المثلثي ثم الاسي

-احسب $\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^{2011}$

-عين مجموعة الاعداد الطبيعية n حتى يكون العدد $\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^{n}$ عددا حقيقيا

-عين مجموعة النقط M صور العدد المركب z حيث: $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in Z$

-عين العدد المركب Z_F لاحقة النقطة F حيث : $\frac{Z_F-Z_C}{Z_F-Z_A}=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AFC

-عين مجموعة النقط M من المستوي صور العدد المركب Z حيث: $Z=Z_A+ke^{i\frac{\pi}{3}}$ مع $k\in R_+$

تمرين2:

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط :

$A(1,1,0)$ ، $B(1,2,1)$ ، $C(3,-1,2)$

1-أ- بين أن النقط A ، B ، C ليست على استقامية .

ب- بين أن الشعاع $\vec{n}(2,1,-1)$ عمودي على المستوي (ABC) ثم استنتج معادلة (ABC)

2- نعتبر المستويين (p_1) و (p_2) معادلتهما : $x+2y-z-4=0$ و $2x+3y-2z=5$ على الترتيب.

- بين أن (p_1) ، (p_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

3- بين ان تفاطع المستويات (ABC)، (p_1)، (p_2) هي نقطة يطلب تعيين احداثياتها

4-عين المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

تمرين 3:

1- عين الاعداد الصحيحة x **التي تحقق:** $x^2-x+6\equiv 0[9]$

2- أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n **على** 9 ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n **أن :** $7^{2n}\equiv 4^n[9]$

3- استنتج تبعا لقيم n الطبيعية باقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n **على** 9

4- ماهو باقي قسمة العدد $5^{2010}+25^{2011}$ **على** 9

5- عين الاعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $7^{2n}-7^n+6$ **مضعف للعدد** 9

عين الثنائيات الطبيعية (x,y) بحيث : $7^x+4^y\equiv 2[9]$

تمرين4:

I) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x **والمعرفة على** $]-1,+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=(x+1)^2-1+\ln(x+1)$$

1- ادرس تغيرات g

2- **احسب** $g(0)$ **ثم استنتج إشارة** $g(x)$ حسب قيم x **من** $]-1,+\infty[$.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x **والمعرفة على المجال** $]-1,+\infty[$ **بـ :** $f(x)=x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

ليكن (c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- **احسب** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$

2- بين أن من أجل كل x **من** D_f : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

- شكل جدول تغيرات f

3- بين **أن المنحنى** (c_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلته

4- **احسب** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$ ، ماذا تستنتج بيانيا

5- (Δ) مستقيم معادلته $y=x$.ادرس وضعية (c_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

6- **ارسم** (Δ)، (T) **و** (c_f)

7- α عدد حقيقي موجب تماما. احسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز **المستوي المحدد بالمنحنى** (c_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $y=x$ ، $y=0$ **و** $x=0$.

8- m وسيط حقيقي . ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m **عدد حلول المعادلة :**

$$m(x+1)+\ln(x+1)=0$$

الموضوع الثاني

تمرين1 : نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty,6[$ بـ: $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$

(u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $\begin{cases}u_0=-3\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$

1-أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ والمنحنى (c_f) الممثل للدالة f على المجال $]-\infty,6[$

ب- باستعمال الرسم السابق مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 .

جـ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها.

2-أ- برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \prec 3$

ب- استنتج اتجاه تغير (u_n) . هل (u_n) متقاربة ؟ التبرير

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N كمايلي: $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تحديد أساسها r وحدها الاول v_0

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n

جـ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

ه- احسب المجموعين: $s_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و $s'_n=v_0.u_0+v_1.u_1+.....+v_n.u_n$.

تمرين2:

1- نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة C المعادلة :

$(E).....z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=0$

أ-برهن ان العدد i حل للمعادلة

ب-عين الاعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد مركب z لدينا:

$z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=(z-i)(az^2+bz+c)$

جـ- حل في C المعادلة (E)

2- نعتبر في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ النقط: A ، B و C لواحقها i , $2+3i$, $2-3i$ على الترتيب .

أ- ليكن r الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$, عين لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r .

ب- برهن ان النقط A' , B , C على استقامية ثم عين الكتابة المركبة للتحاكي ذو المركز B والذي يحول C الى A' .

تمرين3:

1- بين ان العدد 409 أولي ثم استنتج أن 409 و 1207 أوليان فيمابينهما
2- لتكن المعادلة : $409x-1207y=20$ ..... (1) x و y مجهولان من N
- بين أن الثنائية $(1210,410)$ حلا للمعادلة (1)
- استنتج في $N\times N$ مجموعة حلول المعادلة (1)

3 – عين العدد الطبيعي n الذي يكتب $\overline{020}^{\sim}$ في نظام التعداد ذي الاساس 5 ويكتب $\overline{50}^{\sim}$ في نظام التعداد ذي الاساس6 حيث $\sim$ و $\sim$ عددان طبيعيان.

تمرين4:

I) g دالة عددية معرفة على R كمايلي: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1- ادرس تغيرات الدالة g
2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ في المجال $]-0,38,-0,37[$
3- ادرس إشارة $g(x)$ حسب قيم x من R.

II) f دالة عددية معرفة على R كمايلي: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ و (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1- ادرس تغيرات f
2- بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y=2x+1$ مقارب للمنحنى عند $+\infty$
3- ادرس وضعية (c_f) بالنسبة للمستقيم (d)
4- بين أن (c_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها
5- بين أن $f(\sim)=\dfrac{2\sim^2+\sim-1}{\sim-1}$
6- ارسم (d) و (c_f) ناخذ $\sim=-0,375$
7-احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (c_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y=2x+1$ $x=0$ و $x=2$

III) (Δ) مستقيم معادلته $y=2x+$ حيث عدد حقيقي .

1- عين حتى يكون (Δ) مماسا للمنحنى (c_f) عند نقطة يطلب تعيين احداثيتها

2- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة : $\dfrac{x}{e^x}+1-=0$