

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية للولاية المنتدبة عين صالح
دورة ماي 2016

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبية
شعبة العلوم التجريبية

المدة : 3 ساعات ونصف

اختبار مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الاول (07نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I =]0 ; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$

1. احسب $g'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2. احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $I =]0 ; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد غير متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2\|\vec{j}\| = 2cm$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثم أعط التفسير الهندسي للنتيجتين .

2. بين أنه من أجل كل x من I : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. بين ان النقطة $A(1; 1)$ هي نقطة تقاطع المستقيم $y = x$ و المنحنى (C_f) .

5. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D) .

6. اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

7. أنشئ البيان (C_f) و المستقيم (Δ) .

8. عين عبارة الدوال الاصلية للدالة $h : x \rightarrow \frac{\ln x}{x}$ على المجال $I =]0 ; +\infty[$

9. احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $y = x$ و $x = 1$ و $x = 2$ و $(d1)$ و $(d2)$

التمرين الثاني (03.5نقاط)

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5. نسحب كرة و نسجل رقمها و نعيدها إلى الكيس ثم نسحب كرة أخرى

و نسجل رقمها. ليكن X المتغير العشوائي المناسب لمجموع الرقمين .

+	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

جدول مساعد

1. ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب هاتين الكرتين بهذه الكيفية ←.

2. ما هو احتمال ان يكون رقمي هاتين الكرتين زوجي.

3. عين قيم المتغير العشوائي X .

4. عين حوادث المتغير العشوائي X .

5. عرّف قانون احتمال لهذا المتغير العشوائي X .

6. احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري لقانون الاحتمال.

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف بـ $P(z) = (z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21)$

1. حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية : $P(z) = 0$.

2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

أ. مثل النقاط A, B, C و D ذات اللواحق على الترتيب $z_A = i\sqrt{3}$; $z_B = \bar{z}_A$; $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ و $z_D = \bar{z}_C$

ب. أثبت أن النقاط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة.

3. لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى المبدأ O .

i. بين أن $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم عيّن طبيعة المثلث BEC .

ii. استنتج طبيعة التحويل النقطي T الذي يحول النقطة E إلى النقطة C و النقطة B صامدة بالنسبة له.

iii. تأكد من أن التحويل S تشابه مباشر حيث $S = Toh$ علما بأن h هو تحويل تحاكي نسبته 2 و مركزه مبدأ المعلم.

iv. احسب مساحة المثلث $B'E'C'$ صورة المثلث BEC بواسطة S .

التمرين الرابع (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

لتكن $A(-9; -4; -1)$ و $(P_1), (P_2)$ المستويين الذين معادلة ديكارتية لكل منهما هي :

$$(P_1): x - 2y + 4z = 9 \quad , (P_2): -2x + y + z = 6$$

1. عين وضعية المستوي (P_1) بالنسبة إلى المستوي (P_2) .

2. نرمز بـ (D) إلى مستقيم تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .

بين أن تمثيلان الوسيطيان: $t \in \mathbb{R}$ و $t \in \mathbb{R}$ هما تمثيلان للمستقيم (D) .

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -8 + 3t \\ z = t \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 4 + 9t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$$

3. لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D) .

أ) تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي (P_1) و لا تنتمي إلى المستوي (P_2) .

ب) بين أن : $AM^2 = 7(2t^2 - 2t + 3)$

ج) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t) = 2t^2 - 2t + 3$

- أدرس تغيرات الدالة f .

- عين احداثيات النقطة M تكون من اجلها المسافة AM أصغرية.

ولتكن I هذه النقطة في حالة وجودها.

4. (Q) المستوي الذي يشمل A و العمودي على المستقيم (D)

أ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

ب) برهن أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على (D) .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية للولاية المنتدبة عين صالح
دورة ماي 2016

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبية
شعبة العلوم التجريبية

المدة : 3 ساعات ونصف

اختبار مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الثاني

التمرين الاول (04 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = -6$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n - 1$ ،
(أ) أحسب : u_1 ، u_2 و u_3 .

(2) برهن أنه من أجل كل $n \geq 3$ ، $u_n > 0$

- استنتج أنه من أجل كل $n \geq 4$ ، $u_n > 2n - 3$

(3) ما هي نهاية (u_n) ؟

(ب) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 4n + 10$

(1) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2^{2-n} + 4n - 10$

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثاني (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C ، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z - 2i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$.

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات

$Z_A = \sqrt{3} - i$ ؛ $Z_B = \sqrt{3} + i$ ؛ $Z_C = 2i$ و $Z_D = -\sqrt{3} - i$ على الترتيب .

أ - علم النقط A ، B ، C و D .

ب - اكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي . استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج - تحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها .

(3) لنعتبر التحويل النقطي S الذي يحول O إلى A و يحول C إلى D .

أ - أثبت أن التحويل S هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة (المركز و النسبة و الزاوية) .

ب - تحقق أن صورة النقطة B بالتشابه S هي النقطة C .

(4) لتكن النقطة G مرجح النقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات 1 ، -1 ، 2 على الترتيب .

أ - عين احداثيي النقطة G .

ب - بين أن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 8$

هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها 1 .

التمرين الثالث (06.5 نقاط)

عتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$.
 (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$.
- (2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$. ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$
- (3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ،
ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .
- (4) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
- (5) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$
- (6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.
- (7) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ) ؟
- (8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$
- (9) أ - بين أن الدالة $F_a : x \rightarrow (x+a)\ln(x+a) - x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x \rightarrow \ln(x+a)$ على المجال $]-a; +\infty[$
ب - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمتين $y = x + 1$ ، $x = 0$ ، $x = 1$.

التمرين الرابع (04.5 نقاط)

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1;0;2)$ ؛ $B(0;1;2)$ ؛ $C(1;-2;0)$ و المستوي (p) الذي معادلته $3x - 2y + z + 3 = 0$.
- (1) أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا .
ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له .
 - (2) أ) بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

$$\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 4t \\ z = 5t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

ب) بين أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) المعروف بتمثيله الوسيطى :

ج) أحسب المسافة بين النقطة $H(-1;6;-2)$ و المستوي (ABC) ،

ثم بين أن المسافة بين النقطة H و المستقيم (Δ) تساوي $\sqrt{\frac{106}{3}}$.

(3) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 12y + 4z + 3 = 0$

أ) بين أن (Γ) هي سطح كرة مركزها H يطلب تعيين نصف قطرها .

ب) ما هو الوضع النسبي للمجموعة (Γ) و المستقيم (Δ)