

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
{الموضوع الأول}

التمرين الاول (04 نقاط):

في هذا التمرين الأسئلة مستقلة عن بعضها ، وفي كل سؤال اقترحت ثلاث إجابات ، اجابة واحدة فقط منها صحيحة ، حددها مع التعليل .

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

(1) لتكن A و B نقطتان مختلفتان من الفضاء ، مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $MA^2 = MB^2$ هي :

(أ) المجموعة الخالية (ب) مستوي (ج) سطح كرة

(2) نعتبر النقطتين $C(0;1;-2)$ و $D(2;1;0)$ ، احداثيات G مرجح الجملة $\{(C;1), (D;3)\}$ هي :

(أ) $G\left(\frac{3}{2}; 1; -\frac{1}{2}\right)$ (ب) $G(6; 4; -2)$ (ج) $G\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$

(3) المستقيمان ذوي التمثيلين الوسيطيين : $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases} t \in \mathbb{R}$ و $\begin{cases} x = 3 - 2t' \\ y = 7 - 4t' \\ z = 2 - t' \end{cases} t' \in \mathbb{R}$ هما :

(أ) متوازيان (ب) متقاطعان (ج) ليسا من نفس المستوي

(4) مجموعة النقط M التي تحقق $-2x + 4y - 4z + 1 = 0$ و $x - y + 2z - 1 = 0$ هي :

(أ) مجموعة خالية (ب) مستوي (ج) مستقيم

التمرين الثاني(05 نقاط):

(1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث : $(z + \sqrt{3} - i)(z^2 - 8\sqrt{3}z + 64) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ (وحدة الطول $1cm$) ، تعطى النقط A ، B ، C التي لاحقاتها على

الترتيب : $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$ ، $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$ ، $z_C = -\sqrt{3} + i$

(أ) أكتب كلا من العددين المركبين z_A و z_B على الشكل الأسّي ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقيا .

(ب) تحقق أن : $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{2016} + \left(\frac{z_C}{2}\right)^{1962} = 0$

(ج) عين طبيعة المثلث OAB .

(3) أكتب العبارة المركبة R للدوران الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

(4) عين لاحقة النقطة D صورة C بالدوران R .

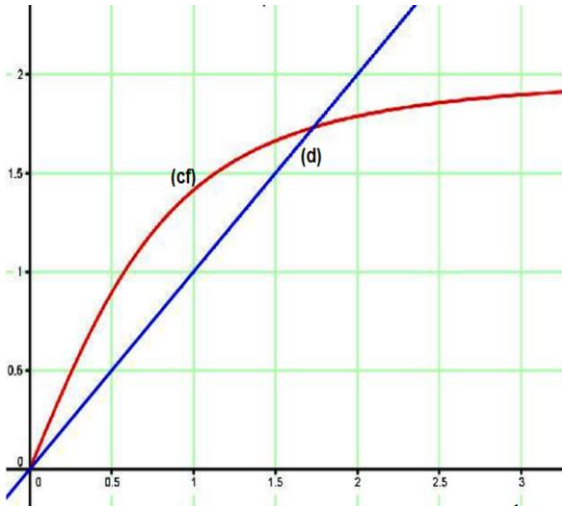
(5) بين أن لاحقة G مرجح الجملة $\{(O;-1), (D;1), (B;1)\}$ هي : $z_G = 4\sqrt{3} + 6i$.

(6) أثبت أن النقط C ، D و G على إستقامة واحدة .

(7) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $-|z|^2 + |z - z_D|^2 + |z - z_B|^2 = 20$.

التمرين الثالث (05 نقاط):

(c_f) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$ في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس



(d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ و ($o, \vec{i}, \vec{j}$)

(1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) بين أنه إذا كان $x \in [1; \sqrt{3}]$ فإن $f(x) \in [1; \sqrt{3}]$

(3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 1$ بجدها الأول

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

(أ) باستعمال المنحنى (c_f) والمستقيم (d) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2

على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.

(ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(ج) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

(د) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{1+u_n^2})}{\sqrt{1+u_n^2}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

(4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$.

(أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n

(ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج؟

التمرين الرابع (06 نقاط):

I. الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]-\infty; 0]$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \frac{x}{1-x} + \ln(1-x)$.

x	$-\infty$	0
$g'(x)$		-
$g(x)$		$\nearrow$

(1) أحسب $g(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على $]-\infty; 0]$ ثم تحقق أن $-1 < \alpha < -0.9$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ كما يلي : $f(x) = -x - 3 - \frac{1}{x} + \frac{\ln(1-x)}{x}$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ($o, \vec{i}, \vec{j}$).

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty; 0[$ فإن : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x + 3]$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.

(ب) أدرس وضعيه (c_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 3$

(5) بين أن : $f(\alpha) = -2\alpha - 3 - \frac{1}{1-\alpha}$

(6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً β حيث $-3.2 < \beta < -3.1$.

(7) أنشئ في نفس المعلم (c_f) و (Δ).

(8) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماماً عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = 1 + \ln m$

الموضوع الثاني

التمرين الاول (04 نقاط):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ و $C(2;0;0)$.

(1) أ) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x + y + 2z = 4$

ب) أحسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

(2) أ) عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم (BC)

ب) ليكن (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

✓ عين التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) ، ماذا يمثل (Δ) في المثلث ABC .

(3) أ) ليكن (Δ') متوسط المثلث ABC في النقطة B .

$$\begin{cases} x = t \\ y = 4 - 4t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad : \text{ معرف كإيلي } (\Delta')$$

أ) أثبت أن المثلث ABC متساوي الساقين .

(4) لتكن H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (Δ') .

أ) أثبت أن النقطة H إحداثياتها هي $\left(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}; \frac{8}{9}\right)$.

ب) أثبت أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) ، ثم اوجد بطريقة ثانية المسافة بين النقطة O

والمستوي (ABC) .

التمرين الثاني (05 نقاط):

$$u_n \text{ متتالية عددية معرفة بـ : } u_1 = e^2 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n \text{ ، } u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n}{e}} .$$

(1) أ) أحسب u_2 ، u_3

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \frac{1}{e}$.

ج) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة .

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln u_n$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحده الاول .

ب) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن : $u_n = e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$.

ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

د) أحسب بدلالة n المجموع S_n و الجداء T_n حيث : $S_n = v_1^3 + v_2^3 + \dots + v_n^3$

$$T_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$$

هـ) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$

التمرين الثالث (04 نقاط):

- (1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث : $(z^2 + 4)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$.
- (2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعاود والمتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ (وحدة الطول 1cm) ، تعطى النقط A, B, C و D التي لواحقتها على الترتيب : $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = z_A$ ، $z_C = -2i$ ، $z_D = \overline{z_C}$.
- (أ) أكتب كلا من العددين المركبين z_A و $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)$ على الشكل الأسّي
- (ب) أنشئ بدقة النقط A, B, C و D .
- (ت) بين أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .
- (3) لتكن E نظيرة B بالنسبة إلى O .
- (أ) أحسب الطويلة والعقدة للعدد المركب : $\frac{z_A - z_C}{z_E - z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEC .
- (ب) بين أن A هي صورة E بالدوران الذي مركزه النقطة C وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.
- (ت) حدد مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي التي تحقق العلاقة التالية : $\left| \frac{iz - 1 - \sqrt{3}i}{2z + 4i} \right| = \frac{1}{2}$.

التمرين الرابع (07 نقاط):

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - \frac{x-1}{e^{x-2}}$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، ثم فسر النتيجة الأخيرة بيانيا .
- (2) أدرس اتجاه تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .
- (3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x) \geq 0$.
- (II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$
- و (c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعاود ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$..
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) بين أنه من أجل كلّ x من المجال $]0; +\infty[$ فإن إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$
- (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .
- (4) بين أن النقطة $I(2; 3)$ نقطة انعطاف للمنحنى (c_f) .
- (5) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 1]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
- (ب) أدرس وضعية (c_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$
- (6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0; 0.2]$.
- (7) بين أن المنحنى (c_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته .
- (8) أنشئ في نفس المعلم (c_f) ، (Δ) و (T) .
- (9) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $m + 1 - xe^{-x+2} = 0$.
- (10) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = \frac{x}{e^{x-2}}$
- (أ) أحسب $h'(x)$ و $h''(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.
- (ب) أحسب مساحة الحيز $S(\lambda)$ المحدد بالمنحنى (c_f) والمستقيمتين $y = x - 1$ و $x = 0$ و $x = \lambda$ حيث $\lambda > 0$
- (ج) أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$