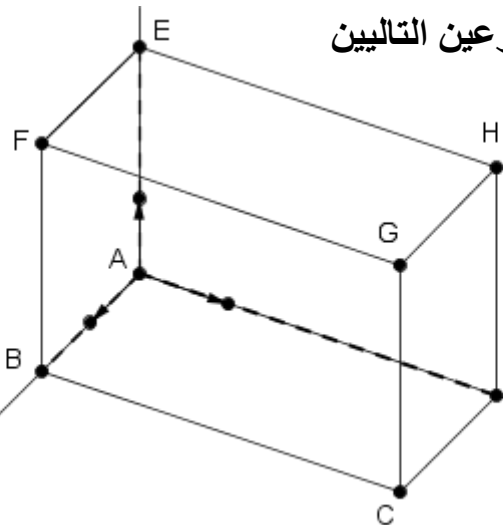




على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

و ABCDEFGH متوازي مستطيلات حيث $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}$, $\overrightarrow{AD}=4\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE}=3\vec{k}$

(1) (أ) تحقق أن $\overrightarrow{AG} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$

(ب) عین إحداثی الشعاعین $\overrightarrow{EB}$ و $\overrightarrow{EG}$

(ج) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (EBG)

(2) ليكن العدد الحقيقي α يختلف عن 1 و M نقطة إحداثياتها $(2\alpha, 4\alpha, 3\alpha)$

(أ) تحقق أن M تنتمي إلى المستقيم (AG) بإستثناء النقطة G

(ب) بين أن M لا تنتمي إلى المستوى (EBG)

(3) ليكن V حجم رباعي الوجوه MEBG

(أ) عبر عن V بدلالة α

(ب) أحسب حجم رباعي الوجوه AEBG

(ج) من أجل أية قيمة للعدد الحقيقي α ، V يساوي حجم متوازي المستطيلات ABCDEFGH

التمرين الثاني: (05 نقط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z حيث: $(Z^2 + 3)(Z^2 - 6Z + 21) = 0$

(2) المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(أ) علم النقط A, B, C, D ذات اللواحق على الترتيب $Z_A = \sqrt{3}i$, $Z_B = -\sqrt{3}i$, $Z_C = 3 + 2\sqrt{3}i$, $Z_D = \overline{Z_C}$

ب) بين أن النقط D, C, B, A تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $Z_{\Omega} = 3$ يطلب تعيين نصف قطرها

(3) لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى O.

(أ) بين أن : $\frac{Z_C - Z_B}{Z_F - Z_R} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم عين طبيعة المثلث BEC

(ب) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث $Z = 3 + 2\sqrt{3} e^{i\theta}$, $\theta \in \mathbb{R}$

(4) ليكن h التحاكي الذي مركزه R ذو اللاحقة $Z_R = -3$ ونسبته 2.

(أ) عين العبارة المركبة للتحاكي h .

(ب) احسب مساحة صورة الدائرة (C) بالتحاكي h

التمرين الثالث: (04 نقط)

(1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل أي عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{4u_n}{1+u_n}$

(أ) احسب u_1 و u_2

(ب) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 3$

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n}$

(أ) بين ان (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{4}$

(ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم u_n

(ج) احسب نهاية المتتالية (u_n)

(3) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \frac{3}{u_n}$

نضع $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$

(أ) بين ان من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = 1 - v_n$

(ب) بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = n + 1 + \frac{8}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right]$

(ج) احسب نهاية $\frac{S_n}{n}$ لما يؤول n الى $+\infty$

التمرين الرابع: (06 نقط)

الجزء الأول

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 3x - 4 + 4 \ln x$

(1) احسب نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

(2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$, $g'(x) = \frac{2x^2 + 3x + 4}{x}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 3 \ln x - \frac{4 \ln x}{x}$

نسمي (Γ) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 3cm$

(1) احسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

(2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أدرس وضع المنحني (Γ) بالنسبة للمستقيم $(D): y = x$ ثم أرسم (D) و (Γ) .

(4) (أ) باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $\int_2^4 \ln(x) dx$

(ب) احسب بالسنتيمتر مربع، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (Γ) والمستقيم (D) و المستقيمين اللذين

معادلتاهما $x = 2$ و $x = 4$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح ، عين الجواب الصحيح مع التعليل.

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(1,-1,2)$ ، $B(2;2;0)$ والمستوي (P) الذي معادلته $x+y-z-1=0$

(1) المسافة بين النقطة O و المستقيم (AB) هي :

$$\text{ج1) } \frac{\sqrt{24}}{7} \quad \text{ج2) } \frac{2\sqrt{42}}{7} \quad \text{ج3) } \frac{\sqrt{21}}{7}$$

(2) المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) هي :

$$\text{ج1) } A(1,1,-1) \quad \text{ج2) } A(1,-1,1) \quad \text{ج3) } A(1,1,1)$$

(3) معادلة سطح الكرة التي مركزها O و المتماصة مع (P) هي :

$$\text{ج1) } 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 1 \quad \text{ج2) } x^2 + y^2 + z^2 = 2 \quad \text{ج3) } x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

(4) المستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (A B) ويشمل النقطة $C(1,-2,3)$ له تمثيلا وسيطيا هو :

$$\begin{cases} x=t+1 \\ y=t+2\alpha-1; \alpha \in R, t \in R \\ z=-t-\alpha+2 \end{cases} \quad \text{ج1) } \begin{cases} x=t+1 \\ y=3t-\alpha-1; \alpha \in R, t \in R \\ z=-2t+\alpha+2 \end{cases} \quad \text{ج2) } \begin{cases} x=t+1 \\ y=t-\alpha-1; \alpha \in R, t \in R \\ z=t-\alpha+2 \end{cases} \quad \text{ج3) } \begin{cases} x=t+1 \\ y=t+2\alpha-1; \alpha \in R, t \in R \\ z=-t-\alpha+2 \end{cases}$$

(5) المجموعة (E) للنقط M من الفضاء و التي تحقق $AM = BM$ لها المعادلة من الشكل :

$$\text{ج1) } x-3y+2z-1=0 \quad \text{ج2) } x+3y-2z-1=0 \quad \text{ج3) } -x+3y-2z-1=0$$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

(2) أكتب الحلول على الشكل المثلثي .

(3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على

$$\text{الترتيب } z_A = \sqrt{3} + i, \quad z_B = \overline{z_A}, \quad \text{و } z_C = -\sqrt{3} - i$$

أ) عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع

ب) كتب على الشكل الأسّي الأعداد المركبة z_A ، z_B و z_C

ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقي .

(4) ليكن التحويل النقطي S الذي بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقط M' ذات اللاحقة z' حيث $z' = (1-i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + 3i$

أ) تعرف على طبيعة التحويل S و أعط عناصره المميزة

ب) بين أن المجموعة (Γ) للنقط M و التي تحقق $(z - z_A)(\overline{z - z_A}) = z_C \cdot \overline{z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

ج) عين المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S و أعط عناصره المميزة .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

لتكن المعادلة التفاضلية : $y' - 3y = 0 \dots\dots\dots (1)$

(1) حل في $\mathbb{R}$ التفاضلية (1) ثم عيّن الحل الخاص f الذي يأخذ القيمة 1 من أجل $x = \frac{-2}{3}$.

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحددها العام : $u_n = e^{3n+2}$

(أ) بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول , هل هي متقاربة ؟ .

(ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) نعرّف المتتالية (v_n) بما يلي : $v_n = \ln(u_n)$

(أ) بيّن أنّ (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n .

(ب) أثبت أنّ (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

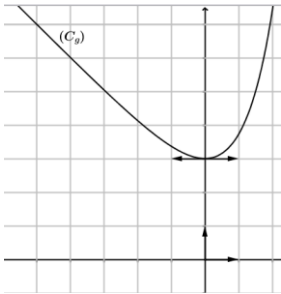
(ج) أحسب المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots\dots\dots + v_{n-1}$ ثم الجداء $T_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots\dots\dots \times u_{n-1}$

التمرين الرابع : (06 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

الجزء الأول

في الشكل المقابل (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = ae^x + b - x$ حيث a و b عدنان حقيقيان



بقراءة بيانية

(1) عين نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم عين $g(0)$ و $g'(0)$

(2) عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها و إستنتج إشارة $g(x)$

(3) أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b حيث g' هي الدالة المشتقة للدالة g .

(4) باستعمال المعطيات السابقة بين أن $g(x) = e^x + 2 - x$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ و إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$ ثم أدرس الأوضاع النسبية لهما .

(5) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

(6) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) الذي يوازي المستقيم (Δ) .

(7) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f)

(8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $\frac{x-1}{e^x} = m$ $(E) \leftarrow$

(9) لتكن A_λ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$x = 1$ ، $y = x$ و $x = \lambda$ حيث λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

• باستعمال المتكامل بالتجزئة احسب $\int_1^\lambda (x-1)e^{-x} dx$ و إستنتج بدلالة λ ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A_\lambda$