

التمرين الأول: (4 نقاط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة , في كل حالة من الحالات الأربعة الآتية مع التعليل:

(1) حل المعادلة $\frac{z-4}{z} = i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ هو :

(أ) $2+2i$ (ب) $1+i$ (ج) $4-i$

(2) ليكن z_1 و z_2 العددين المركبين المعرفين بـ : $z_1 = \sqrt{3}-i$ و $z_2 = 2i - z_1$, العدد $\frac{z_2}{z_1}$ يساوي:

(أ) $\sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$ (ب) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ (ج) $-e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

(3) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$. لتكن النقطتان A و B المعرفتين باللاحقتين $z_A = i$, $z_B = \sqrt{3}$ على الترتيب.

لاحقة النقطة C صورة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$ هي:

(أ) $\sqrt{3}+2i$ (ب) $\sqrt{3}+i$ (ج) $2i$

(4) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ مجموعة النقط M التي لاحقتها $z = x + iy$ والتي تحقق العلاقة : $z = 2 + 3i + 2e^{i\theta}$ هي :

(أ) مستقيم معادلة له: $y = -x$ (ب) نصف مستقيم (ج) دائرة مركزها $I(2,3)$ ونصف قطرها $R=2$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, نعتبر النقط :

$A(1,2,7)$, $B(2;0;2)$, $C(3;1;3)$, $D(3;-6;1)$ و $E(4;-8;-4)$.

(1) بين أن النقط A , B و C ليست في استقامة.

(2) ليكن $\vec{u}$ شعاعا من الفضاء مركبته $(1,b,c)$ حيث b و c عددان حقيقيان.

(أ) عين b و c بحيث يكون $\vec{u}$ شعاعا ناظميا للمستوي (ABC).

(ب) استنتج أن : $x-2y+z-4=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

(ج) بين أن (ABCD) رباعي وجوه

(د) عين (Γ) مجموعة النقط M التي تحقق $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \cdot \overrightarrow{OA} = 0$

$$(3) \text{ نعتبر المستقيم } (\Delta) \text{ الذي تمثيله الوسيطى: } \begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t - 1 \end{cases}$$

أ (بين المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC) .

ب (عين إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) .

أدرس وضعية المستقيم (DE) بالنسبة إلى المستوي (ABC) .

(4) أثبت وجود مستويين يوازيان (ABC) وبمساحات سطح الكرة (S) ذات المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z = 0$

التمرين الثالث: (4 ن)

(1) علما أن: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ برهن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

(2) a, b عدنان مركبان حيث: $|a| = |b| = 1$ و $1 + ab \neq 0$ حيث $|a|$ يرمز لطويلة a

أ) برهن أن العدد المركب z حقيقي معناه: $\bar{z} = z$ حيث $\bar{z}$ مرافق z

ب) برهن أن العدد: $\frac{a+b}{1+ab}$ حقيقي

(3) أوجد: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 2015x - 1}{x}$

التمرين الرابع: (8 ن)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس، (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على

المجموعة $\mathbb{R}^*$ حيث: $f(x) = 2x - 2 + \ln\left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}\right)$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أحسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 2)]$ ، وفسر النتيجة بيانيا.

(3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{2(x-1)(x^2 - x + 2)}{x(x^2 - 2x + 2)}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right]$ حيث: $f(\alpha) = 0$

(4) عين حسب قيم x إشارة $f(x)$.

(5) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x - 2$

(6) عين النقطة من (C_f) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ثم أكتب معادلة لـ: (T)

(7) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .