مديريـــة التربيـــة لولايـــة المديـــة	ثانوية فارس بن
مهل الشهبونيـــة	
المستوى : $\overline{11}^{2}$ تقني رياضي + $\overline{11}^{2}$ رياضي	يوم: الإثنين $\overline{32}^{9}$ فيفري $\overline{2680}^{9}$

إختبـار الفصل الثاني في مادة الرياضيات — المدة : $\overline{143}^{9}$ دقيقة

التمرين الأول: (5 ن)

1. أدرس حسب قيم n الطبيعية بواقي قسمة العدد 3^n على 10
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2013^{16n+2}-2\times 109^{8n+1}-11\equiv 0[10]$
3. عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ و $10\prec n\leq 25$
4. ليكن العدد A مكتوب $\overline{xx02102}$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب $\overline{y67y}$ في النظام ذي الأساس 9
   - أ) عيّن x و y
   - **ب)** أكتب A في النظام العشري
   - **جـ)** أكتب A في النظام ذي الأساس 7

التمرين الثاني:(5 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x,y,z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$.

1. بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.
2. نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة: $2x-2y+z-2=0$.

Ã) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) وسطح كرة (S).

È) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

3. نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة: $2mx+(1-2m)y+mz+1-2m=0$ حيث m عدد حقيقي.

Ã) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.

بيّن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m).

È) حدّد قيمة العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماسًا للسطح كرة (S).

أ) حدّد قيمة العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q).

التمرين الثالث:(10ن)

I) f الدالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=-x+2+2\ln(x+1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1. عين $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. بين أن المنحنى (C_f) الممثل للدالة f لا يقبل مقاربا مائلا عند $+\infty$.

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

4. أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل (Δ) مماسا معامل توجيهه 1 ، يطلب كتابة معادلة له .

5. (Δ_λ) مستقيم معادلته $y=\lambda x+2\lambda$ ، λ وسيط حقيقي .

- بين أنّه مهما يكن λ من $\square$ فإن : (Δ_λ) يشمل نقطة واحدة يطلب تعيين إحداثيتيها .

6. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة F ذات الفاصلة α حيث : $5<\alpha<6$.

ب) هل (C_f) يقطع محور الفواصل على المجال $]-1;1[$ ؟

7. أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

II) نعتبر الدالة g المعرّفة على $]-1;1[$ كما يلي : $g(x)=|x|+2+2\ln(1-|x|)$.

1. أ) أثبت أن الدالة g زوجية .

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مماسين متعامدين يطلب تعيين معادلتيهما .

2. أنشئ المنحنى (C_g) الممثل للدالة g باستعمال المنحنى (C_f) .

أساتذ ة المادة : مالجي // سي محمد

بالتوفيق في بكالوريا 2016

حل التمرين الأول :(05 نقاط)

1. دراسة بواقي قسمة العدد 3^n على 10 01

$n=$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
$3^n \equiv .[10]$	1	3	9	7

2. إثبات أنّ

$$2013^{16n+2} - 2\times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0[10]$$

$2013 \equiv 3[10]$ معناه : $2013^{16n} \equiv 1[10]$

$$2013^{16n+2} \equiv 2013^{16n} \times 2013^2 [10]$$

$$\equiv 3^2[10] \equiv 9[10]$$

$109 \equiv 3^2[10]$

و لدينا :

$$109^{8n+1} \equiv 3^{16n+2}[10] \equiv 9[10]$$

$$2013^{16n+2} - 2\times 109^{8n+1} - 11 \equiv 9 - 18 - 11[10]$$

$\equiv 0[10]$ 01

3. تعيين الأعداد الطبيعية n حيث:

$7\times 3^{n+1} - 1 \equiv 0[10] / 10 \prec n \leq 25$

$n=$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
الباقي هو	0	2	8	6

ومنه $n = 4k / 10 \prec 4k \leq 25$ $k \in \{3;4;5;6\}$

معناه

$n \in \{12;16;20;24\}$ 01

4. أ . باختصار : $(x;y) = (2;2)$ 01

ب. $A = 2009$ 0.5

جـ . كتابة A في النظام ذي الأساس 7 .

$$2009 = 5\times 7^3 + 6\times 7^2$$

و منه A يكتب $\overline{5600}$ في النظام ذي الأساس 7

....0.5

حل التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. لدينا: $x^2 + (y-2) + z^2 = 3^2$ 0.5

ومنه (S) سطح كرة مركزها $w(0;2;0)$ ونصف قطرها

$R = 3$ 0.5

2. أ) لدينا: $d(w;P) = 2$.

بما أن $R > 2$ فإن: (S) و (Q) متقاطعان

.....0.5

ب) التقاطع هو الدائرة (C) التي نصف قطرها $r = \sqrt{R^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ و مركزها $H\left(\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$

حيث H المسقط العمودي لـ: w على (Q).

.....01

3. لدينا: الجملة $(I)\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$ مع $t \in \mathbb{R}$

هي تمثيل وسيطي $(\mathbb{R})$.

أ- بما أن معادلة (P_m) محققة من أجل الجملة (I)

فإن $(\mathbb{R}) \subset (P_m)$. 01

ب- (P_m) مماس لـــ: (S) يكافئ $d(w;P_m) = 3$.

أي من أجل $m = 0$. 01

ج- لدينا: $\vec{n}_p \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $\vec{n}_{p_m} \begin{pmatrix} 2m \\ 1-2m \\ m \end{pmatrix}$.

$(P) \perp (P_m)$ يكافئ $\vec{n}_p . \vec{n}_{P_m} = 0$.

وعليه نجد: $m = \frac{2}{9}$ 0.5

حل التمرين الثالث: (10نقاط)

(I) f الدالة المعرّفة بـ: $f(x) = -x + 2 + 2\ln(x+1)$

1. تعيين النهايات عند حدود مجموعة التعريف :

- $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x) = -\infty$ (مع الطريقة)

0.5.....

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ (مع الطريقة)

0.5.....

2. تبيان أن المنحني (C_f) لايقبل مقاربا مائلا عند $+\infty$

لدينا: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$، و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - (-x) = +\infty$

إذن عند $+\infty$ لا يقبل (C_f) مقاربا مائلا وإنما يقبل فرعا من قطع مكافئ بإتجاه المستقيم ذو المعادلة $y = -x$ 0.5

3. دراسة إتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول التغيرات :

الدالة f تقبل الإشتقاق على مجموعة تعريفها ويكون

$f'(x) = \frac{-x+1}{x+1}$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $(-x+1)$

01.....

جدول إشارة $f'(x)$:

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	

إذن لما $x \in]-1;1]$ f متزايدة ،

ولما $x \in]-1;1]$ f متناقصة. 0.25

● جدول التغيرات: 0.75

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\|$ $-\infty$	↗	$1+\ln 4$	↘	$-\infty$

4. إثبات أن (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه 1 :

أي: $f'(x_0)=1$ تكافئ: $\frac{-x_0+1}{x_0+1}=1$ ، $x_0 \in D$

ومنه: $x_0=0$ ، ومعادلة المماس هي: $y=x+2$

.....01

5. إثبات أن المستقيمات (Δ_λ) تشترك في نقطة واحدة:

لدينا: $\lambda(x+2)-y=0$ فيكون: $(x+2=0)$ و $(y=0)$

ومنه $(x=-2)$ و $(y=0)$

إذن كل المستقيمات تشترك في النقطة $B(-2;0)$

.....01

6. أ) تبيان أن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة F.

- الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما و $f(5)\times f(6)<0$.

إذن (ح م ق م)فإن: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α و $\alpha \in]5;6[$

أي أن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة $F(\alpha;0)$

.....0.5

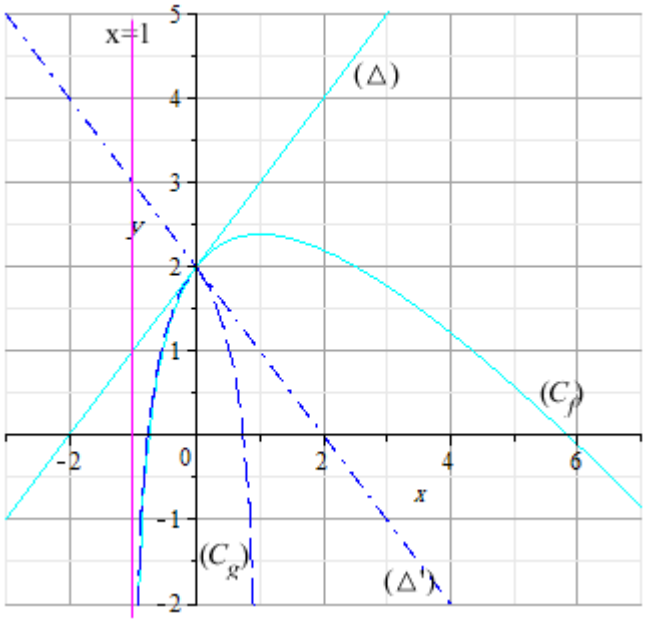
ب) هل (C_f) يقطع محور الفواصل على المجال $]-1;1]$ ؟

- الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما
- ولدينا: $f(1) \approx 2,38$ و $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ >}} f(x)=-\infty$ أي أن:

$$\left[\lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} f(x)\right]\times f(1)<0$$

إذن (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة وحيدة $K(\beta;0)$

.....0.5



II) g الدالة المعرّفة بـ:

$g(x)=|x|+2+2\ln(1-|x|)$

1. إثبات أن الدالة g زوجية على $D_g=]-1;1[$:

- مجموعة التعريف متناظرة بالنسبة للمركز ذو الفاصلة: $x=0$

- $g(-x)=g(x)$ ، إذن الدالة g زوجية. 0.5

2. تبيان أن (C_g) يقبل مماسين متعامدين :

على المجال $]-1;0]$ (C_g) يقبل مماسا (Δ) معادلته $y=x+2$

لكن الدالة زوجية على المجال $]-1;1[$ إذن الدالة g تقبل مماسا

(Δ') على المجال $[0;1[$ معادلته $y=-x+2$ حيث:

$a_{(\Delta)}=1$

و $a_{(\Delta')}=-1$ إذن: $(\Delta)\perp(\Delta')$ $aa'+1=0$ 01

3. رسم المنحنى (C_g) : لدينا: الدالة عبارة $g(x)$ هي:

$$\begin{cases} g(x)=-x+2+2\ln(x+1) & x\in]-1;0[\\ g(x)=x+2+2\ln(-x+1) & x\in]0;1[\end{cases}$$

ومنه على المجال $]-1;0]$: (C_g) ينطبق على (C_f) ، ثم نناظر

الرسم على المجال $[0;1[$ لأن الدالة g زوجية.

.....01

بالتوفيق في بكالوريا 2016

7. إنشاء (C_f) و (Δ): 01

$f(1)=1+\ln(2)\approx 2,38$ (نقطة حدية كبرى

$(1;1+\ln(2))$