



الرياضيات

اختبار الثلاثي الأول في مادة

(الاجابة: 0.25 نقطة ، التبرير: 01 نقطة) (التوقيت: 25د)

التمرين الأول

أجب ب : صح أو خطأ مع التبرير

- 5
- (1.25)..... المعادلة: $\ln x^2 = \ln(3x + 4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ (1.25)
- (2) حل المعادلة التفاضلية: $y' + 3y = 2$ والذي يحقق $f(0) = \frac{-1}{3}$ هو الدالة: $f(x) = -e^{-3x} + \frac{2}{3}$ (1.25)
- (3) حل المتراجحة: $\log(x - 1) > -3$ في $]1, +\infty[$ هو: $s =]1 + e^{-3}, +\infty[$ (1.25)
- (4) $\lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{2x}{x+1} - \ln(x+1) \right] = +\infty$ (نقبل أن: $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$) (1.25)

(التوقيت: 30د)

التمرين الثاني

6

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط: $C(1; 1; -2), B(0; 3; -3), A(1; 2; -2)$.
 $\Omega(0; 1; -1)$ والمستوي (P) الذي معادلته: $x + y - 3 = 0$

(1. أ) أحسب بعد النقطة Ω عن المستوي (P) (0.75)

ب) استنتج أن معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها Ω والمماسة للمستوي (P) هي:

(0.1.25)..... $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$

(2. أ) بين ان النقط C, B, A تعين مستوي. (0.75)

ب) عين شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) (0.5+0.1)

(3. أ) تحقق من أن سطح الكرة (S) مماس للمستوي (ABC) (0.75)

ب) أحسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) والمستوي. (0.5+0.5)

(التوقيت: 50د)

التمرين الثالث

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 + (3 - 2x)e^x$

1. أحسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ وعند $-\infty$ (0.5+0.25)

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها (0.5+0.5)

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]1.68, 1.69[$ واستنتج إشارة $g(x)$ (0.5+0.75)

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني

1. أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ وماذا تستنتج بالنسبة إلى (C_f) (0.25+0.25+0.5)

2. أثبت أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ (0.75)

3. بين أن : $f(\alpha) = 4$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ (0.25+0.25)

4. أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها (0.25+0.25)

5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ (0.5)

وأدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) (0.5)

6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 (0.5)

7. أرسم كلا من (T) و (Δ) و (C_f) (0.5+0.25+0.25)

8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة : $me^x - 4x + m + 2 = 0$ (0.75)

بالتوفيق





1.25

(1) صحيح ، التبرير:

المعادلة معرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; \frac{-4}{3}]$ ، تكافئ $x^2 - 3x - 4 = 0$ ، $\Delta = 25$ لها حلان هما $x_1 = -1$ و $x_2 = 4$

1.25

(2) صحيح، التبرير: تكتب المعادلة $y' = -3y + 2$ حولها $y = ce^{-3x} + \frac{2}{3}$ ، تحقق $f(0) = \frac{-1}{3}$ أي $ce^0 + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$ أي $c = -1$ ومنه $y = -e^{-3x} + \frac{2}{3}$

1.25

(3) خطأ ، التبرير: المتراجحة معرفة على $]-\infty; 1[$ ، تكافئ $x - 1 > 10^{-3}$ أي $s =]1 + 10^{-3}; +\infty[$

1.25

(4) خطأ ، التبرير:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{2x}{x+1} - \ln(x+1) \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1} [2x - (x+1)\ln(x+1)] = -\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 0} X \ln X = 0$ حسب $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1) \ln(x+1) = 0$

التمرين الثاني:

0.75

$$d(\Omega; (p)) = \frac{|1-3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (1)$$

1.25

(ب) (p) يمس (s) معناه $r = d(\Omega; (p)) = \sqrt{2}$ أي $(s): (x-0)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = (\sqrt{2})^2$ ومنه: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$

0.75

(2). أ) بما أن $\overrightarrow{AB}(-1; 1; -1)$ و $\overrightarrow{AC}(0; -1; 0)$ غير مرتبطان خطيا فالنقط A, B, C تعين مستوي
ب) لدينا $\vec{n}(a; b; c)$ ناظمي لـ (ABC) معناه $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ أي $-a + b - c = 0$ و $-b = 0$ أي $a = -c$ و $b = 0$ بوضع $c = 1$ نجد $a = -1$ و $b = 0$ ومنه $\vec{n}(-1; 0; 1)$

01

معادلة (ABC) من الشكل: $ax + by + cz + d = 0$ حيث: $a = -1$ و $b = 0$ و $c = 1$ أي

0.5

$(ABC): -x + z + d = 0$ وبما أن A تنتمي إلى (ABC) فإن $-1 - 2 + d = 0$ أي $d = 3$ ومنه $(ABC): -x + z + 3 = 0$

0.75

$$(3). \text{ أ) لدينا } d(\Omega; (ABC)) = \frac{|-1+3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = r \text{ أي } (ABC) \text{ يمس سطح الكرة } (S)$$

0.5

ب) $\Omega C = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ ، بما أن $\Omega C = r$ و C تنتمي إلى (ABC) فإن نقطة التماس هي C

0.5

التمرين الثالث:

0.5

0.25

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2 \quad (1-I)$$

0.5

(2) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x) = (1-2x)e^x$ ومنه إشارة g' من نفس إشارة $1-2x$
أي g متزايدة على $]-\infty; \frac{1}{2}]$ و متناقصة على $[\frac{1}{2}; +\infty[$ ، ومنه جدول تغيرات g كالآتي:

0.5

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	2	$g(\frac{1}{2})$	$-\infty$

0.75

(3) الدالة g متناقصة ومستمرة على $[1.68; 1.69]$ و $g(1.68) \times g(1.69) < 0$ ، إذن حسب نظرية القيم المتوسطة
المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.68 < \alpha < 1.69$

0.5

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

- إشارة $g(x)$

0.25

0.5

0.25

0.75

0.25

0.25

0.25

0.25

0.5

0.5

0.5

0.75

0.25

0.25

0.5

II . 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، نستنتج أن $y = 1$ (d) مستقيم مقارب لـ (C_f)

(2) نثبت ببساطة أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

(3) لدينا $g(\alpha) = 0$ ومنه $(3 - 2\alpha)e^\alpha + 2 = 0$ وبما أن $f(\alpha) = \frac{e^\alpha + 4\alpha - 1}{e^\alpha + 1}$ فإن $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-1)(4\alpha-5)}{(2\alpha-1)}$

وعليه $f(\alpha) = 4\alpha - 5$

نعلم أن $1.68 < \alpha < 1.69$ ومنه $4 \times 1.68 - 5 < f(\alpha) < 4 \times 1.69 - 5$ أي

$$1.72 < f(\alpha) < 1.76$$

(4) إشارة f' هي من نفس إشارة g وسبق أن درسنا إشارة $g(x)$ وعليه جدول تغيرات f كالآتي:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$	$4\alpha - 5$	1

(5) لدينا $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1} - (4x - 1) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2(1-2x)e^x}{e^x + 1} = 0$

ومنه المستقيم $y = 4x - 1$ (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

الوضعية: حسب ماسبق إشارة $f(x) - y$ من نفس إشارة $(1 - 2x)$ أي

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$		0	
الوضعية	(Δ) فوق (C_f)		(Δ) تحت (C_f)

(C_f) و (Δ) يتقاطعان في

النقطة $(\frac{1}{2}; 1)$

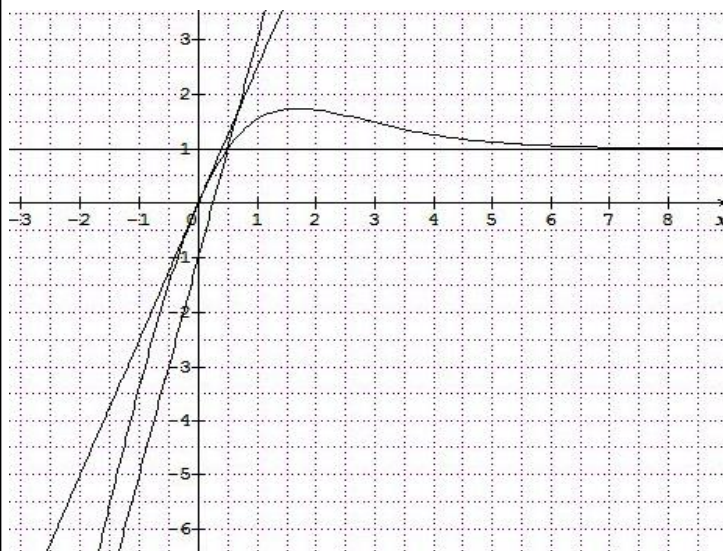
(6) معادلة (T) مماس (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 هو: $y = \frac{5}{2}x$

(7) الرسم

(8) المناقشة البيانية: لدينا $me^x - 4x + m + 2 = 0$ يعني $m(e^x + 1) = 4x - 2$ أي $m = \frac{4x-2}{e^x+1}$

ومنه $m + 1 = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$ أي $f(x) = m + 1$ ، حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم $y = m + 1$

أي:



✓ إذا $m < -1$ فإن للمعادلة حل وحيد سالب

✓ إذا $-1 \leq m \leq 0$ فإن للمعادلة حل وحيد موجب

✓ إذا $0 < m \leq 4$ فإن للمعادلة حلين موجبين تماماً

✓ إذا $m = 4$ فإن للمعادلة حل وحيد موجب تماماً

✓ إذا $m > 4$ فإن المعادلة لا تقبل حلولاً

مع تمنياتي لكم بالنجاح

أستاذ المادة