

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$.

1. أحسب u_1, u_2, u_3 ، ما هو تخمينك حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) .
2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq n + 3$.
3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ، ثم استنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .
4. لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - n$.
أ. أحسب v_0 ثم بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.

ب. عبر عن v_n بدلالة n ثم أكتب u_n بدلالة n .

ت. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج؟

5. نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $T_n = \frac{S_n}{n}$

- عبر عن S_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(2,1,0)$ ، $B(2,-1,-2)$ ، $C(0,1,-2)$ والمستوي (P) الذي: $x + y + z - 3 = 0$ معادلة له.

1. بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى (P) .
2. نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$.
أ. بين أن (S) سطح كرة يطلّب تعيين مركزها I و نصف قطرها R .
ب. بين أن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة (C) بيطة بالمثلث ABC .
ت. بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.
3. ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل I و العمودي على (P) .
أ. عين تمثيلا وسيطيا ل (Δ) .
ب. عين احداثيات G نقطة تقاطع (Δ) و (P) .
ت. تحقق أن G مركز ثقل المثلث ABC ثم استنتج مركز الدائرة (C) و نصف قطرها.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة IR المعادلة: $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$.
2. نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ، وحدة الطول $1cm$ ،النقط A, B, C التي لاحقاً على الترتيب: $z_C = -\sqrt{3} + i$ ، $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$ ، $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$.
 أ. أكتب كل من z_B و z_A على الشكل الأسّي.
 ب. عين العدد الطبيعي n : $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقي .
 ث. هل $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{2015}$ حقيقي ؟
 د. عين طبيعة المثلث OAB .
3. اكتب العبارة المركبة للدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{3}$.

4. أ. أحسب لاحقة D ورة C بالدوران r .
 ب. بين أن لاحقة G مرجح الجملة $\{(O; -1); (D; 1); (B; 1)\}$ هي $z_G = 4\sqrt{3} + 6i$.
 ج. اثبت ان النقط C, D و G على استقامة واحدة.
 د. عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $-|z|^2 + |z - z_A|^2 + |z - z_B|^2 = 20$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

-/I g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0,35 < \alpha < 0,36$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- /II f الدالة المعرفة على IR بـ: $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1. أدرس تغيرات الدالة f .
2. أ- بين أن $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$.
 ب- عين حصاراً لـ $f(\alpha)$.
3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
 ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
4. أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفألمة $x_0 = 0$.
5. أنشئ كل من (Δ) ، (T) و (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$.
6. أ/- عين الأعداد الحقيقية a, b و c حتى تكون الدالة F المعرفة بـ: $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ دالة ألية للدالة:

$$x \rightarrow (x^2 + 2)e^{-x} \text{ على } IR.$$

ب/- أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدود بـ (C_f) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = -\alpha$

$$\text{و } x = 0.$$

$$\text{ج/- بين أن: } A(\alpha) = 4e^{2\alpha} + 8e^{\alpha} - 16.$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4,5 نقطة):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

(1) أ-أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ المستقيمين $(D): y = \frac{2}{3}x + 1$ و $(\Delta): y = x$.

ب - مثل على الور الفوا بل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

ج - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n > 3$.

د - ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

(2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث: $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: v_n = u_n - 3$ ، استنتج $\lim u_n$.

(3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $w_n = \ln v_n$.

أ - بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول.

ب - نعتبر المجموع: $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$.

بين أن $S_n = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + n - 1$.

التمرين الثاني (4 نقاط):

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A(1, 2, 7)$ ، $B(2; 0; 2)$ ، $C(3; 1; 3)$ ، $D(3; -6; 1)$ و $E(4; -8; -4)$.

(1) بين أن النقط A ، B و C ليست في إستقامة.

(2) ليكن $\vec{u}$ شعاعا من الفضاء مركباته $(1, b, c)$ حيث b و c عددان حقيقيان.

أ - عين b و c بحيث يكون $\vec{u}$ شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) .

ب - استنتج أن : $x - 2y + z - 4 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

ج - هل النقطة D تنتمي إلى المستوي (ABC) ؟

(3) نعتبر المستقيم (Δ) الذي تمثيله الوسيطى: $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t - 1 \end{cases}$

أ - هل المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC) .

ب - عين إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) .

ادرس وضعية المستقيم (DE) بالنسبة إلى المستوي (ABC) .

التمرين الثالث (5نقاط):

1 من أجل كل عدد مركب $\mathbb{C}$ نضع : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

أ) احسب $P(-1)$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون : $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$. وحدة الطول $2cm$.

نعتبر النقط G, C, B, A لواحقها على الترتيب: $z_G = 3, z_C = 2 - i\sqrt{3}, z_B = 2 + i\sqrt{3}, z_A = -1$
 أ) مثل النقط G, C, B, A .

ب) عين عمدة للعدد المركب: $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACG و احسب مساحته.

3- أ) أثبت أن النقطة G مرجح الجملة المنقلة: $\{(A, -1); (B, 2); (C, 2)\}$

ب) عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{CG} = 12$

4- نعتبر S التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة M ذات الاحقة z النقطة M' ذات الاحقة z' حيث: $z' = (1 + i\sqrt{3})z - i\sqrt{3}$
 أ) تعرف على طبيعة التحويل S و اذكر عنا ره المميزة.

عين G', C', A' و النقط G, C, A على الترتيب بالتحويل S ثم استنتج مساحة المثلث $A'C'G'$.
التمرين الرابع: (5, 6 نقطة)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ حيث:

$$f(x) = 2x - 2 + \ln\left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}\right)$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أحسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 2)]$ ، وفسر النتيجة بيانيا.

(3) أ. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{2(x-1)(x^2 - x + 2)}{x(x^2 - 2x + 2)}$

ب. استنتج اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج. عين حسب قيم x اشارة $f(x)$.

(4) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 2$

(5) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right]$ حيث: $f(\alpha) = 0$

(6) عين النقطة من (C_f) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) . ثم أكتب معادلة له.

(7) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

(8) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) = 2x + m$.

(9) F دالة ألمية لـ f على المجال $]-\infty; 0[$.

أ* عين اتجاه تغير الدالة F

ب* أعط تفسيراً هندسياً للعدد $\int_{\alpha}^{-1} f(x) dx$ دون حسابه.

تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا