

التمرين الأول:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) ممثلان وسيطيان على الترتيب:

$$(\Delta_2): \begin{cases} x = 6 + t' \\ y = 1 - 2t' \\ z = 5 + t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}, \quad (\Delta_1): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + \frac{1}{2}t \\ z = -2 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

① بين أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) ليسا من نفس المستوي.

② M نقطة كيفية من (Δ_1) و N نقطة كيفية من (Δ_2) .

أ - عين إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ_1) و (Δ_2) .
ب - أحسب الطول MN .

③ عين معادلة المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (Δ_1) ويوازي المستقيم (Δ_2) .

④ أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ_2) والمستوي (P) . ماذا تلاحظ؟

⑤ نعتبر المستويين (P_1) ، (P_2) والذين معادلتاهما على الترتيب: $(P_1): x + 2y - z + 2 = 0$ و $(P_2): 3x - y + 5z = 0$.
أ - بين أن (P_1) ، (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) .

ب - بين أن إحداثيات نقط المستقيم (Δ) تحقق المعادلة: $8x + 9y = -10$ ثم استنتج مجموعة نقط (Δ) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

التمرين الثاني:

① برهن أنه إذا كان a' عدد طبيعي أولي مع عدد طبيعي b' فإن $a' + b'$ أولي مع $a' \times b'$.

② عين كل الأعداد الطبيعية التي مربعاتها التامة تقسم العدد 147.

③ عين الثنائيات (a, b) من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ التي تحقق: $5(a + b)^2 = 147m$

حيث: $m = P.P.C.M(a, b)$ و $d = P.G.C.D(a, b)$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$ بـ: $g(x) = x + 1 - \ln|2x - 1|$

ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; I; J)$ حيث وحدة الأطوال هي $2cm$.

① أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

ب - أدرس وضعية المنحني (C_g) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

ج - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0,41; -0,40[$.

② نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = -x - \frac{1}{2} + \frac{e^{2x}}{2}$

ونرمز بـ (Γ) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، الوحدة $2cm$.

أ - احسب $f'(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ب - بين أن المنحني يقبل مستقيما مقاربا مائلا بطلب تعيينه.

ج - ارسم المنحنيين (C_g) و (Γ) في نفس المعلم السابق بلونين مختلفين.

③ التحويل النقطي في المستوي يرفق بكل نقطة M ذات الإحداثيتين $(x; y)$ النقطة M' ذات الإحداثيتين $(x'; y')$ حيث

$$\begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = -x + y + 2 \end{cases} \text{، نضع: } z = x + iy \text{ و } z' = x' + iy'$$

أ. اكتب z' بدلالة z . ماهي طبيعة التحويل f مبينا عناصره المميزة؟

ب. جد x و y بدلالة x' و y' .

ج - جد صورة المنحني (Γ) بالتحويل النقطي S .

④ التحويل النقطي في المستوي يرفق بكل نقطة M ذات الإحداثيتين $(x; y)$ ، النقطة M' ذات الإحداثيتين $(x'; y')$ حيث:

$$\begin{cases} x' = -3x + 4y - 12 \\ y' = -\frac{3}{2}x + 2y - 4 \end{cases}$$

أ. عين مجموعة النقط الصامدة بالتحويل T .

ب - أثبت أنه من أجل كل نقطة M من المستوي صورتها M' تنتمي إلى مستقيم ثابت يطلب تعيينه.

ج - أثبت أنه إذا كانت النقطة M غير صامدة و M' صورتها بالتحويل T فإن منتصف القطعة $[MM']$ ينتمي إلى مستقيم ثابت.

د - استنتج طريقة هندسية لإنشاء النقطة M' .

التمرين الرابع:

① حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة: $z^3 - 4z^2 + 8z - 8 = 0$.

② المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; I; J)$ وحدة الطول $2cm$.

نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق $z_A = 2$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

أ. عين شكلا أسيا لكل من العددين z_B ، z_C و $\frac{z_B}{z_C}$. ثم عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقي.

ب - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي فردي n يكون: $z_B^{3n} + z_C^{3n} + 2^{3n+1} = 0$.

ج - أنشئ النقط A, B, C و O عين طبيعة الرباعي $OBAC$.

③ نرفق، بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = \frac{z_A \bar{z} - z_C}{z - z_C}$.

أ. لتكن (D) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $(z - z_B)(\bar{z} - z_C) = 1$. عين ثم أنشئ المجموعة (D) .

ب - تحقق أن: $z' = z_A + \frac{z_C}{z - z_C}$.

ج - بين أنه عندما تلمس النقطة M المجموعة (D) فإن النقطة M' تلمس دائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

- بالتوفيق للجميع -